

## Άσκηση Ανάλυσης Δεδομένων: (Φασματοσκοπία), Πτολεμαίος 2018

Χαρά Παπαθανασίου

*this work is licenced under a Creative Commons licence:*

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Όλοι οι υπολογισμοί φυσικών παραμέτρων από παρατηρησιακά (πειραματικά) δεδομένα, πρέπει να συνοδεύονται από εκτίμηση της αβεβαιότητας (σφάλματος).

Εξηγήστε τι κάνετε και δείξτε όλα τα βήματα στους υπολογισμούς. Δώστε τις αριθμητικές απαντήσεις στην σωστή ακρίβεια (σημαντικά ψηφία) και συμπεριλάβετε μονάδες σε όλες τις πράξεις και σε κάθε βήμα. Σχολιάστε τα αποτελέσματα σας. Οι πίνακες με δεδομένα και οι εικόνες δίνονται στο παράρτημα.

Σ' αυτήν την άσκηση θα μελετήσετε αστρικά φάσματα στο οπτικό με στόχο να προσδιορίσετε τον φασματικό τύπο, και την απόσταση αυτών των αστεριών.

Στα σύγχρονα τηλεσκόπια το φως ενός αστεριού περνά από μια σχισμή (slit), πέφτει σ' ένα πλέγμα περίθλασης (diffraction grating, το αντίστοιχο του πρίσματος) και καταγράφεται στο CCD σαν φωτόνια ανά ψηφίδα (pixel). Η σχετική διάταξη της σχισμής και του CCD είναι τέτοια που η κάθε στήλη ψηφίδων του CCD καταγράφει φως διαφορετικού μήκους κύματος. Προκειμένου να μετατρέψουμε τον αριθμό φωτονίων ανά ψηφίδα σε αριθμό φωτονίων ανά μήκος κύματος, παίρνουμε πρώτα το φάσμα μιας γνωστής πηγής φωτός. Αυτή είναι συχνά μια λάμπα Νέον-Ηλίου-Αργού που έχει μεγάλο αριθμό γραμμών εκπομπής στο οπτικό. Αντιστοιχώντας προσεκτικά έναν αριθμό φασματικών γραμμών στην εικόνα στο CCD και το γνωστό φάσμα, μπορούμε να βρούμε την αντιστοιχία της κάθε στήλης ψηφίδων σε μήκος κύματος. Αυτό λέγεται φασματική βαθμονόμηση (spectral calibration) και είναι το κοπιαστικό, άχαρο μα και απαραίτητο κομμάτι κάθε λήψης και ανάλυσης φάσματος. Σε μια κίνηση μεγαλοθυμίας, θα σας απαλλάξουμε από αυτό το κομμάτι!

Στην παρακάτω άσκηση, η φασματική βαθμονόμηση έδωσε τη σχέση ανάμεσα στον αριθμό ψηφίδας  $x$  και μήκος κύματος  $\lambda$  [1]

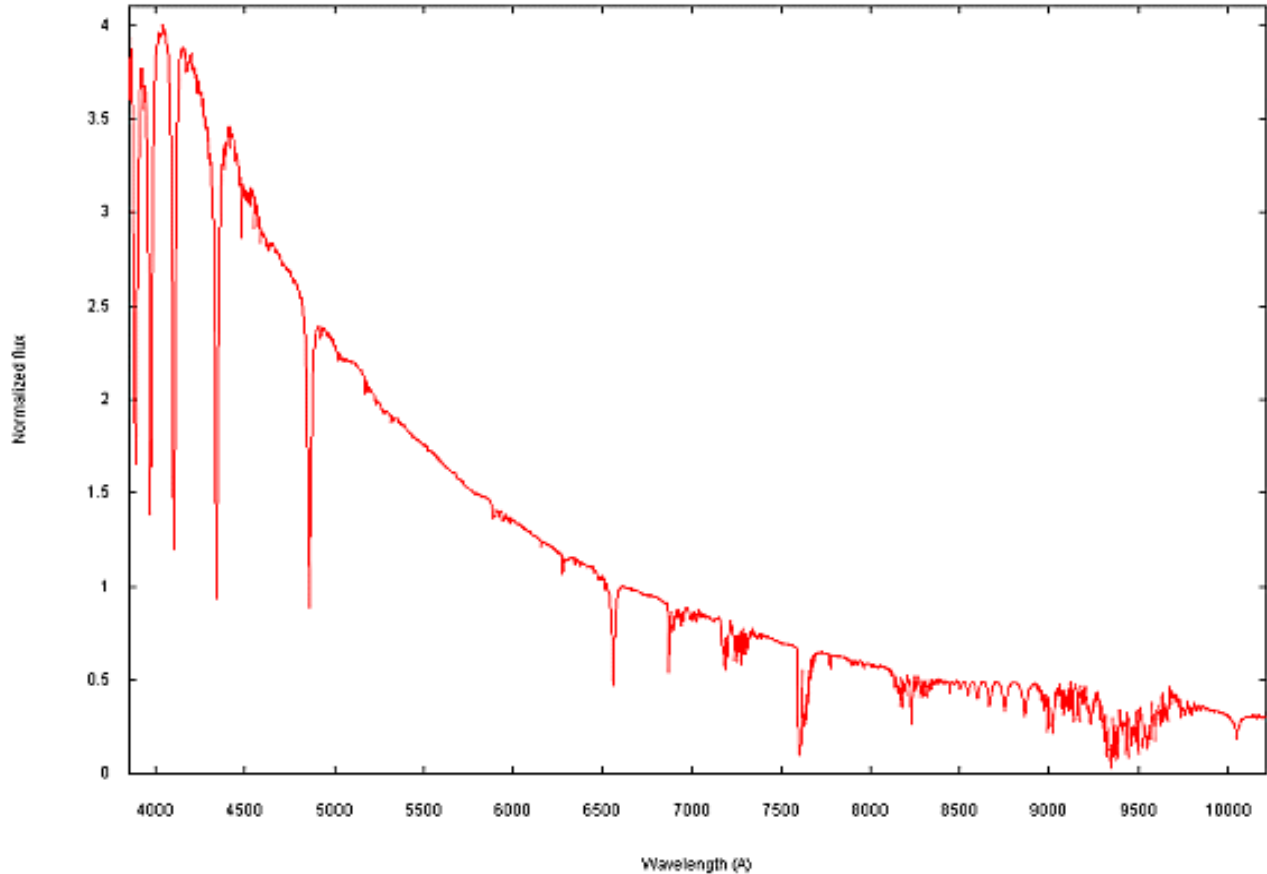
$$\lambda = 3820\text{Å} + 1.45 x$$

Εξ. 1

- a) Οι φασματογραφικές παρατηρήσεις χαρακτηρίζονται από την διακριτική τους ικανότητα. Αυτή είναι η λεπτομέρεια με την οποία μπορούν να διακρίνουν 2 γειτονικά χαρακτηριστικά, π.χ. 2 φασματικές γραμμές.
  - i. Ποια είναι η διακριτική ικανότητα αυτού του φασματογράφου ;
  - ii. Συνηθίζεται να εκφράζεται αυτό σαν διακριτική ισχύς (resolving power)  $R = \lambda/\Delta\lambda$ . Εκτιμήστε την διακριτική ισχύ αυτού του φασματογράφου στα  $6500\text{Å}$
  - iii. Η διπλή γραμμή Νατρίου (την οποία θα μπορούσατε να δείτε στις παλαιού τύπου - κίτρινες λάμπες φωτισμού δημόσιων χώρων) έχει μήκη κύματος  $589\text{nm}$  και  $589.6\text{nm}$  ( $1\text{Å} = 1\text{nm}$ ). Μπορείτε (και γιατί) να διακρίνετε αυτήν την γραμμή σαν διπλή με αυτό το φασματογράφο?

Το CCD δεν είναι εξίσου ευαίσθητο σ' όλα τα μήκη κύματος. π.χ. είναι πολύ λιγότερο ευαίσθητο στο μπλε. Αυτού του είδους οι διορθώσεις έχουν επίσης πραγματοποιηθεί -προς καλή σας τύχη! Μ' αυτόν τον τρόπο και συνδυάζοντας πολλά διαφορετικά φάσματα, λήφθηκε το παρακάτω φάσμα του αστεριού A στην περιοχή  $380\text{nm}$  έως  $1020\text{nm}$ . Στην εικόνα το μήκος κύματος μετριέται σε  $\text{Å}$ . Η ένταση είναι σε αυθαίρετη κλίμακα – μόνον οι σχετικές εντάσεις παίζουν ρόλο για τα παρακάτω. Όπως ήδη γνωρίζετε, τα αστέρια έχουν φάσμα συνεχές (κατά προσέγγιση στη μορφή μελανού σώματος) με πλήθος γραμμών (συνήθως) απορρόφησης. Αυτό φαίνεται και στο φάσμα της εικόνας 1.

Εικόνα 1: Το φάσμα του αστεριού A στην περιοχή 380nm 1020nm



b) Οι φασματικές γραμμές στα αστρικά φάσματα οφείλονται σε ατομικές μεταπτώσεις. Το απλούστερο άτομο είναι το Υδρογόνο. Το μήκος κύματος του φωτονίου που απορροφάται σε μια μετάπτωση από την τροχιά  $n_1$  στην τροχιά  $n_2$  ( $n_2 > n_1$ ) αντιστοιχεί στην ενεργειακή διαφορά των δύο ενεργειακών επιπέδων και δίνεται από τη σχέση

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad \text{Εξ 1}$$

όπου  $R_H = 10973731.57 m^{-1}$  είναι η σταθερά Rydberg. Η αντίστροφη μετάπτωση εκπέμπει ένα φωτόνιο του ίδιου μήκους κύματος. Τέτοιες μεταπτώσεις δίνουν γραμμές εκπομπής.

- i. Υπολογίστε το μήκος κύματος των παρακάτω μεταπτώσεων της σειράς Balmer: 2 στην 3 (H-α), 2 στην 4 (H-β), 2 στην 5 (H-γ) 2 στην 6 (H-δ).
- ii. Υπολογίστε το μέγιστο μήκος κύματος που αντιστοιχεί στην ακτινοβολία ιονισμού από τη δεύτερη διεγερμένη στάθμη (μετάπτωση 2 στο άπειρο).
- iii. Τι θα περιμένατε να συμβεί στην ακτινοβολία μικρότερου μήκους κύματος από αυτή που υπολογίσατε στο ii;

Η φασματική κατάταξη των αστεριών γίνεται βάση των γραμμών απορρόφησης στο φάσμα (που καθιερώθηκε με την μνημειώδη δουλειά της Annie Jump Cannon και της ομάδας των Υπολογιστριών στα υπόγεια του Harvard στις αρχές του προηγούμενου αιώνα). Η παρουσία -κατά πρώτον- και η ένταση -κατά δεύτερον- των φασματικών γραμμών οδηγεί στην κατάταξη των αστεριών στους φασματικούς τύπους, τους γνωστούς σας O, B, A, F, G, K, M. Η μέση θερμική ενέργεια των φωτονίων στην ατμόσφαιρα ενός αστεριού με θερμοκρασία  $T$  είναι της τάξης του  $kT$ , όπου  $k$  είναι η σταθερά του Boltzmann. Οι πιο συχνές μεταπτώσεις στην ατμόσφαιρα του αστεριού θα είναι αυτές που απαιτούν

φωτόνια ενέργειας συγκρίσιμης με  $kT$ . Ο αριθμός των ατόμων ενός στοιχείου που βρίσκεται στην ενεργειακή στάθμη  $E$  δίνεται από την κατανομή Boltzmann, που εκφράζει την πιθανότητα ένα άτομο ενός στοιχείου να βρίσκεται στην ενεργειακή κατάσταση  $E$

$$N(E) \sim \exp(-E/kT)$$

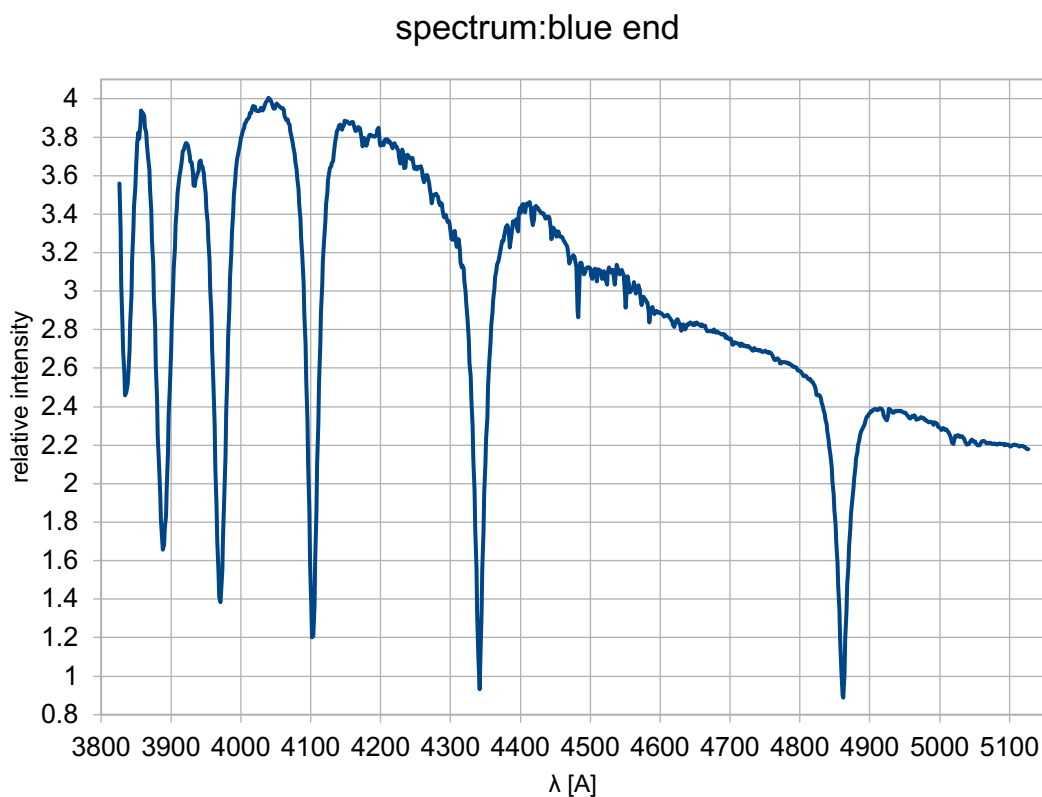
Εξ 2.

Για παράδειγμα, για να μπορούν να πραγματοποιηθούν ενεργειακές μεταπτώσεις από την στάθμη 2 του Υδρογόνου, η θερμοκρασία της ατμόσφαιρας θα πρέπει να είναι αρκετά υψηλή ούτως ώστε να βρίσκονται αρκετά άτομα διεγερμένα στην 2η ενεργειακή στάθμη, αλλά όχι τόσο υψηλή που τα άτομα να έχουν ιονιστεί. Παρόμοια επιχειρήματα ισχύουν για όλα τα στοιχεία. Οι ενέργειες μετάπτωσης και ιονισμού εξαρτώνται από τον ατομικό αριθμό  $Z$  και δίνονται από σχέσεις πιο περίπλοκες της

Εξ 1.

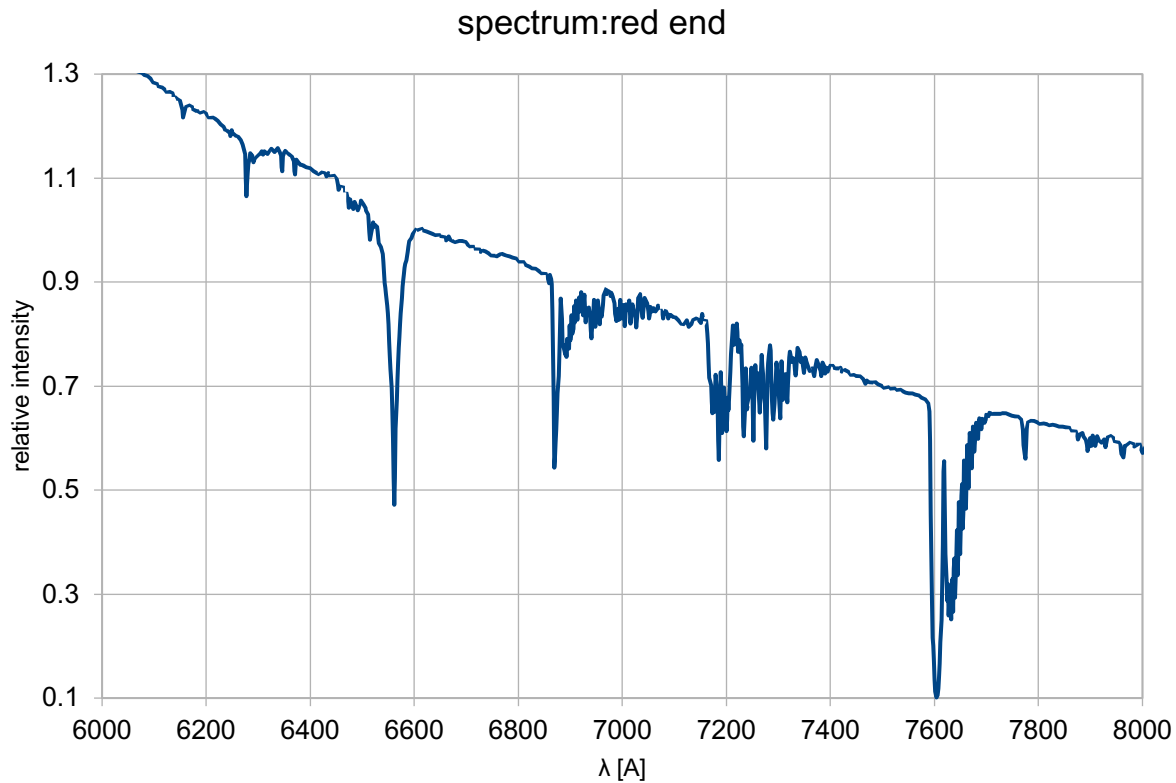
Η απορρόφηση ακτινοβολίας σε μόρια αλλάζει την κατάσταση ταλάντωσης ή περιστροφής. Αυτές οι καταστάσεις αντιστοιχούν σε ευρύτερες περιοχές ενέργειας. Συνεπώς στα φάσματα φαίνονται σαν ταινίες (μπάντες) απορρόφησης κι όχι γραμμές, όπως αυτές που οφείλονται σε ατομικές μεταπτώσεις.

γ) Η Εικόνα 1 του Παραρτήματος δίνει σχηματικά την σχετική ισχύ χαρακτηριστικών γραμμών απορρόφησης σε σχέση με τη θερμοκρασία της αστρικής ατμόσφαιρας. Κάθε οικογένεια γραμμών έχει την ίδια ισχύ για δύο διαφορετικές θερμοκρασίες, κατά συνέπεια χρειάζεται η ταυτοποίηση και μέτρηση περισσότερων γραμμών για να μπορέσει κανείς να κατατάξει ένα αστέρι σε φασματικό τύπο.



Εικόνα 2: Το φάσμα του αστεριού A στην περιοχή 380nm έως 515nm

- i. Χρησιμοποιείτε τα μεγεθυμένα τμήματα του φάσματος που καλύπτουν το οπτικό (Εικόνες 2 και 3) για να αναγνωρίσετε (με τη βοήθεια του Πίνακα III) όσο το δυνατόν περισσότερες (τουλάχιστον 12, αλλά όχι πάνω από 20) φασματικές γραμμές.



Εικόνα 3: Το φάσμα του αστεριού A στην περιοχή 600nm έως 800nm.

ii. Κατατάξετε φασματικά το αστέρι A με βάση τις φασματικές γραμμές που ταυτοποιήσατε και την πληροφορία στους Πίνακες II, III και τις εικόνες II του Παραρτήματος.

Συμβουλευτείτε επίσης την Εικόνα 4 που βρίσκεται παρακάτω. Κάνετε την κατάταξη όσο πιο ακριβή μπορείτε να δικαιολογήσετε πλήρως, π.χ. M3. Δεδομένου ότι δεν έχετε παραδείγματα φασμάτων για κάθε υποδιαίρεση φασματικού τύπου, ενδεχομένως να δώσετε ένα εύρος υποδιαίρεσεων φασματικών τύπων.

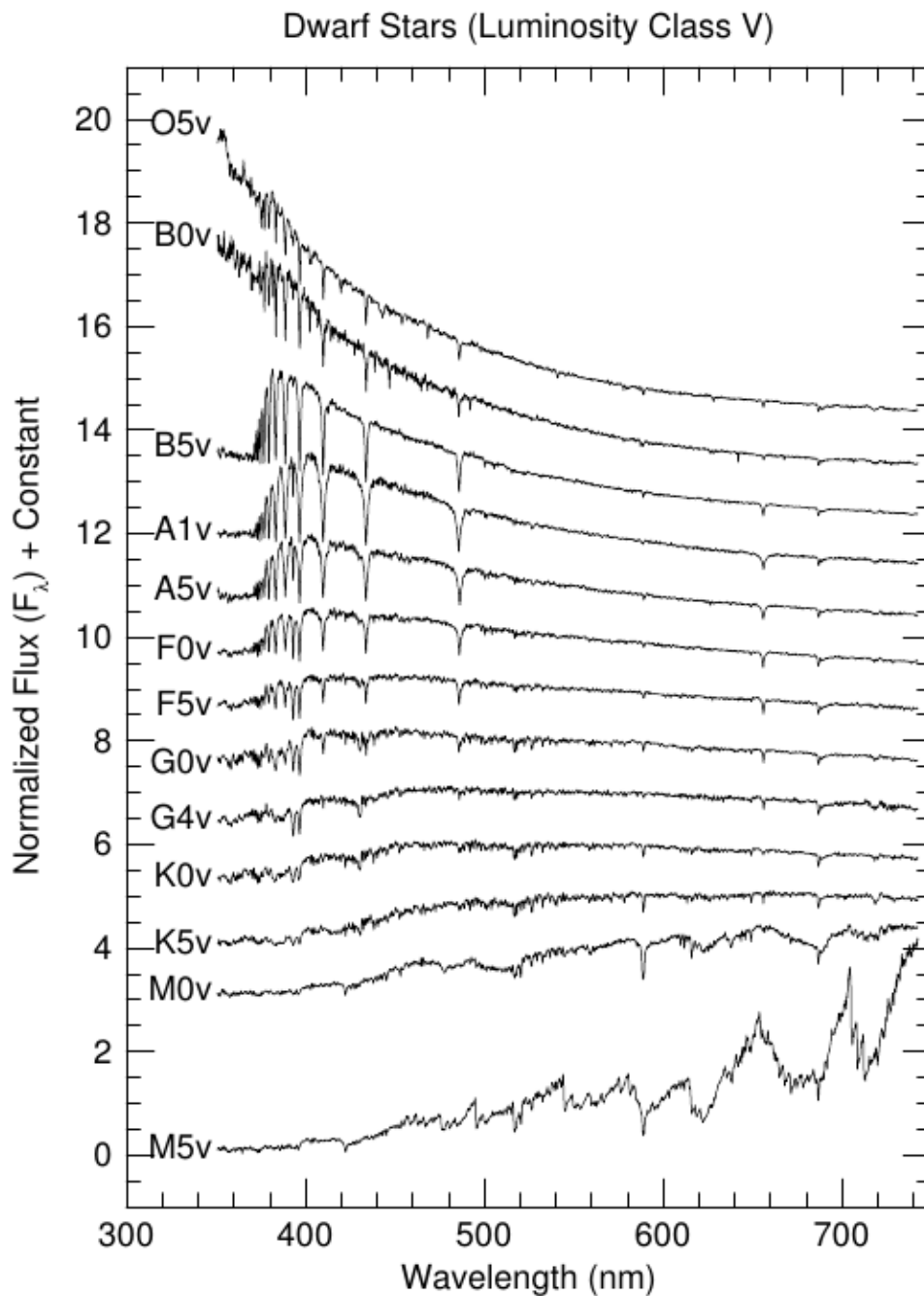
d) Η τάξη λαμπρότητας του αστεριού έχει προσδιοριστεί σαν V (αστέρι της Κύριας Ακολουθίας, KA). Το αστέρι έχει φαινόμενο μέγεθος  $m_v = 0.026$ . Υπολογίστε την απόσταση του από εμάς (μπορείτε να αγνοήσετε την μεσοαστρική απορρόφηση). Η μέθοδος υπολογισμού απόστασης που μόλις χρησιμοποιήσατε ονομάζεται **φασματοσκοπική παράλλαξη**.

e) Τώρα θα υπολογίσετε την θερμοκρασία της ατμόσφαιρας του αστεριού.

i. Χρησιμοποιήστε την Εικόνα III του παραρτήματος για να εκτιμήσετε τον δείκτη χρώματος B-V και την ενεργό θερμοκρασία  $T_{\text{eff}}$ .

ii. Χρησιμοποιήστε τον νόμο του Wien για να υπολογίσετε το μήκος κύματος  $\lambda_p$  του μέγιστου της κατανομής του φάσματος μελανού σώματος με τη θερμοκρασία που εκτιμήσατε στο i.

iii. Συγκρίνετε το μήκος του κύματος που υπολογίσατε στο ii με το μέγιστο του συνεχούς φάσματος στο φάσμα του αστεριού A όπως μπορείτε να το εκτιμήσετε από το συνεχές φάσμα στην εικόνα 1 ή και 2. Σχολιάστε σε τι μπορεί να οφείλεται όποια διαφορά τους.



Εικόνα 4: Τυπικά φάσματα αντιπροσωπευτικών φασματικών τύπων αστεριών της ΚΑ.

iv. Στην Εικόνα 4, δίνονται τα τυπικά φάσματα αστερών της Κύριας Ακολουθίας. Συμπεριλαμβάνουν το συνεχές και τις γραμμές απορρόφησης, όπως και στο φάσμα του αστεριού που μόλις αναλύσατε. Για όλους τους φασματικούς τύπους τους μεταγενέστερους του A1, διαβάστε την θερμοκρασία  $T_{\text{eff}}$  απ' την εικόνα III

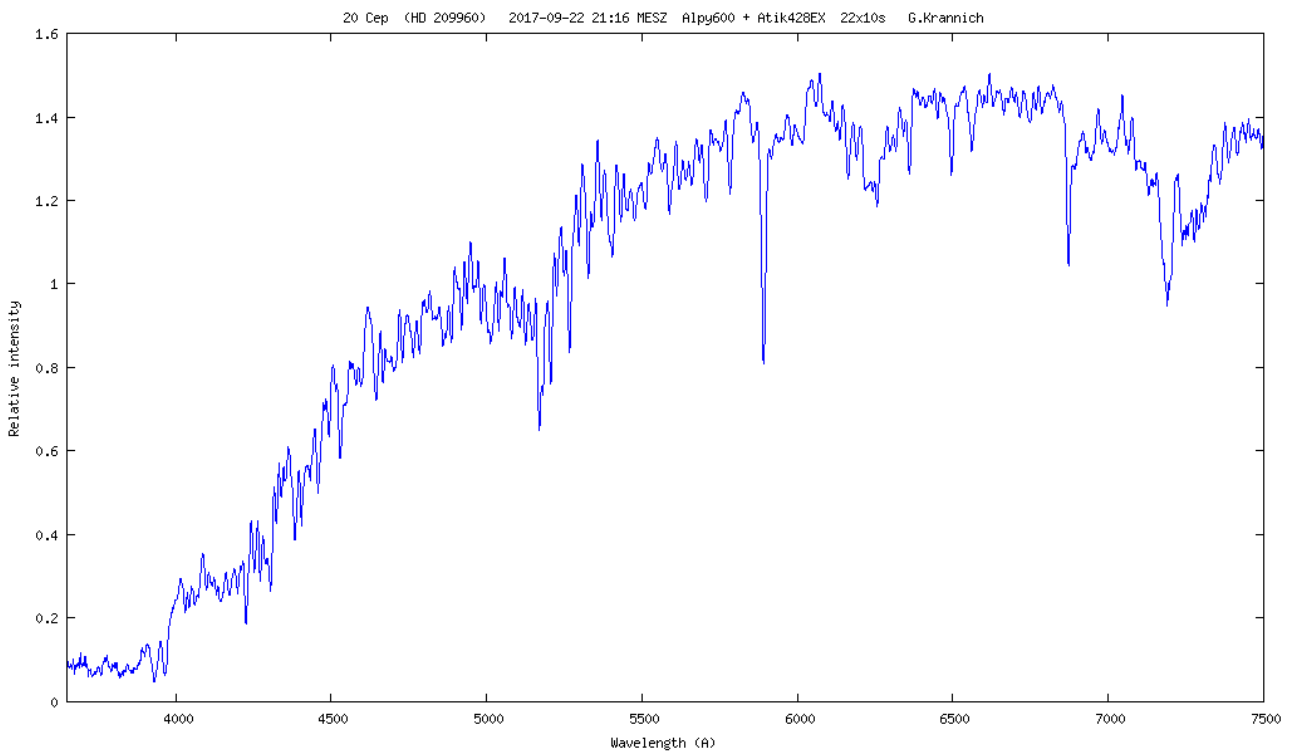
του Παραρτήματος και υπολογίστε το μήκος κύματος του μέγιστου του φάσματος μελανού σώματος  $\lambda_p$  από τον νόμο του Wien (όπως στο ερώτημα ii παραπάνω). Σημειώστε την τιμή πάνω στο κάθε φάσμα πάνω στην Εικόνα 4. Σχολιάστε!

- v. Εντοπίστε την τιμή που υπολογίσατε στο ερώτημα biii πάνω στην Εικόνα 4. Σας βοηθάει να εξηγήσετε την απάντησή σας στο προηγούμενο ερώτημα και για ποιους φασματικούς τύπους;
- vi. Ανακεφαλαιώνοντας αυτήν την ερώτηση και γενικότερη σας γνώση, κατονομάστε τρεις τρόπους μέτρησης/εκτίμησης της θερμοκρασίας της ατμόσφαιρας ενός αστεριού παρατηρησιακά και αναφέρετε ποίοι είναι αξιόπιστοι και ποιοι όχι.

## Ερώτηση 2

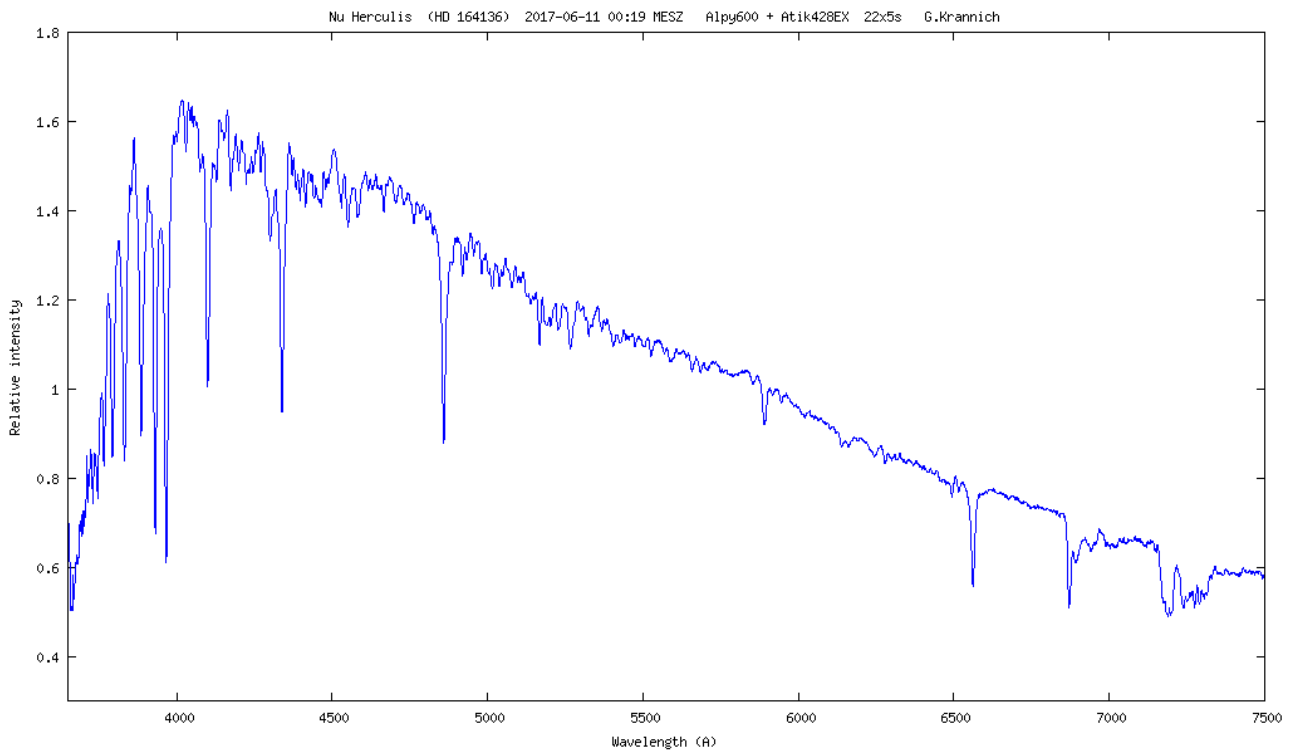
Τα φάσματα αυτής της ερώτησης έχουν παρθεί με διαφορετικά όργανα από αυτό της Ερώτησης 1. Αναγνωρίστε 10-12 φασματικές γραμμές στα παρακάτω φάσματα και προσδιορίστε τον φασματικό τύπο των αστεριών [3]. Δώστε πλήρη εξήγηση της κατάταξης.

a) 20 Cep (20 του Κηφέα)



Εικόνα 5: Φάσμα χαμηλής ανάλυσης του 20 Cep [3]

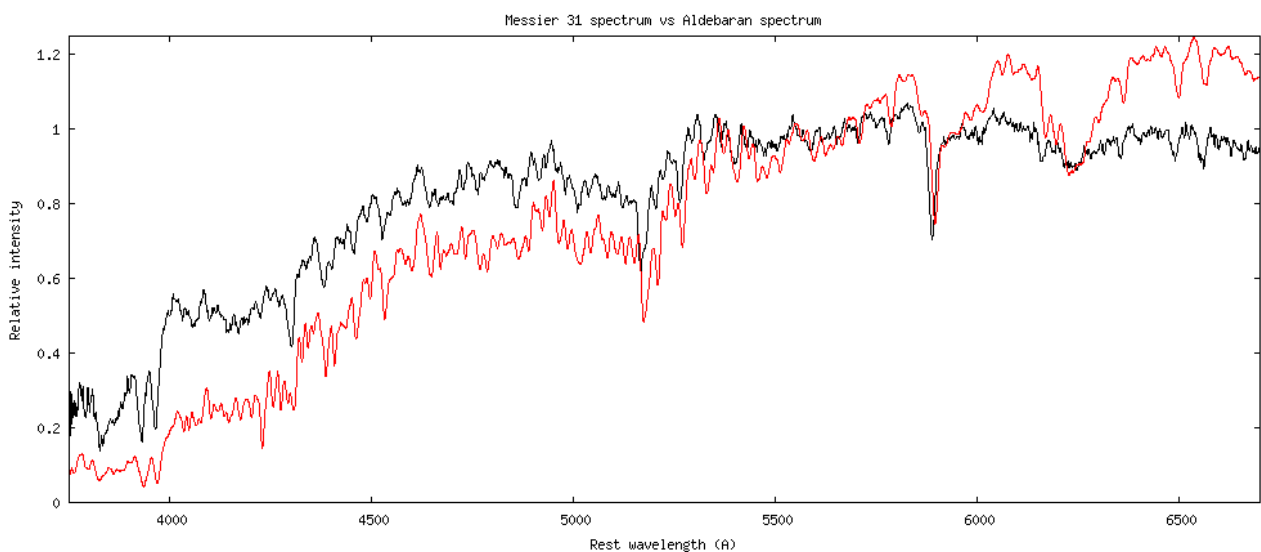
b)  $\nu$  Her ( $\nu$  του Ηρακλή)



Εικόνα 6: Φάσμα χαμηλής ανάλυσης του  $\nu$  Her [3]

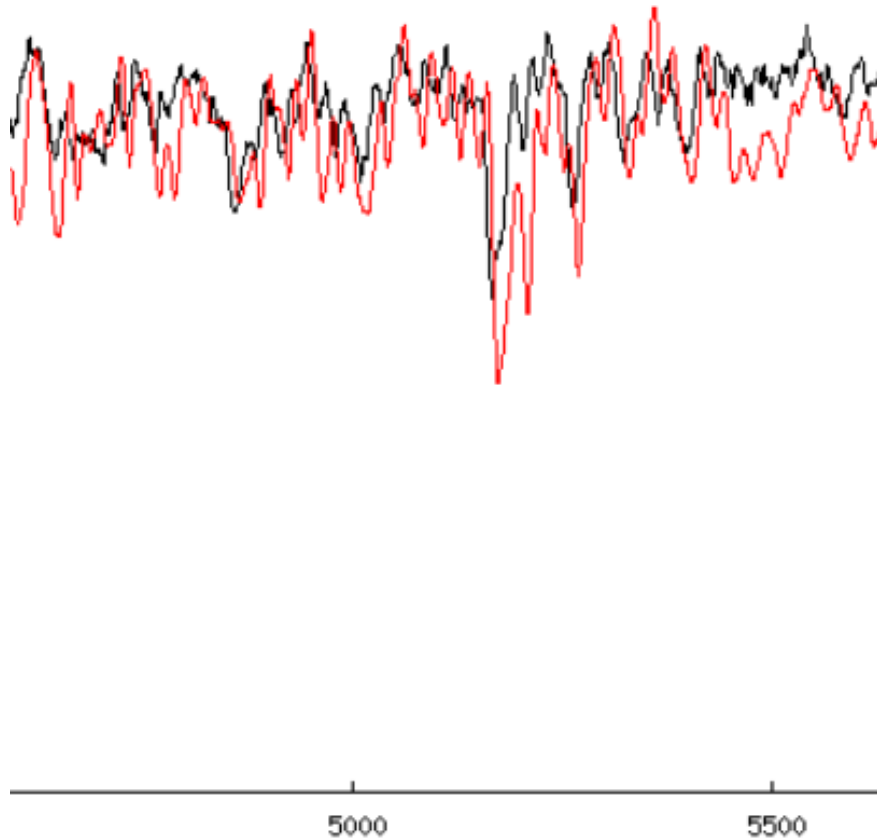
### Ερώτηση 3

Στην ερώτηση αυτή θα μελετήσετε το φάσμα του κεντρικού τμήματος (bulge) του γαλαξία της Ανδρομέδας (M31). Συγκρίνοντας το με αστρικά φάσματα, φαίνεται πολύ παρόμοιο με το φάσμα του Aldebaran. Στην Εικόνα 7, παρουσιάζονται μαζί τα δύο φάσματα παρμένα με τα ίδια όργανα.



Εικόνα 7: Φάσματα του M31 (με μαύρο) και υπερτεθειμένο το φάσμα του Aldebaran (με κόκκινο) παρμένα με τα ίδια όργανα. [4]

- a) Από τα γενικά χαρακτηριστικά του φάσματος του Aldebaran και 5-6 ισχυρές γραμμές, εκτιμήστε τον τύπο του αστεριού (δεν χρειάζεται λεπτομερής φασματικός τύπος, αλλά μια ποιοτική εκτίμηση του χρώματος/της θερμοκρασίας. Τι συμπέρασμα βγάζετε για τα αστέρια στο κέντρο της Ανδρομέδας;
- b) Οι γραμμές στα δυο φάσματα δεν συμπίπτουν ακριβώς. Η σχετική τους μετατόπιση φαίνεται καλύτερα στην εικόνα 8. Ωστόσο η μέτρηση της μετατόπισης είναι αδύνατη. Με φάσμα καλύτερης ανάλυσης θα μπορούσατε να μετρήσετε μια μετατόπιση της τάξης του 0.1% με σφάλμα 20%. Τι συμπέρασμα βγάζετε για το M31?
- c) Ο Αλντεμπάραν κινείται προς τον Ήλιο ταχύτητα 54km/s. Υπολογίστε την ταχύτητα του M31 σε σχέση με τον Ήλιο.



Εικόνα 8: Τμήμα του φάσματος της Εικόνας 7 ζουμαρισμένο για διευκόλυνση της μέτρησης της μετατόπισης των γραμμών

### Πηγές

- [1] <http://www.astrosurf.com/buil/us/vatlas/vatlas.htm> (last accessed June 10, 2018)
- [2] Ballesteros, F. J. (2012). "New insights into black bodies". EPL 97 (2012) 34008. <https://arxiv.org/pdf/1201.1809.pdf>
- [3] [http://www.krannich-online.de/astronomie/spekt\\_riesensterne.html](http://www.krannich-online.de/astronomie/spekt_riesensterne.html) (last accessed June 11, 2018)
- [4] <http://www.astrosurf.com/buil/redshift/demo.htm>



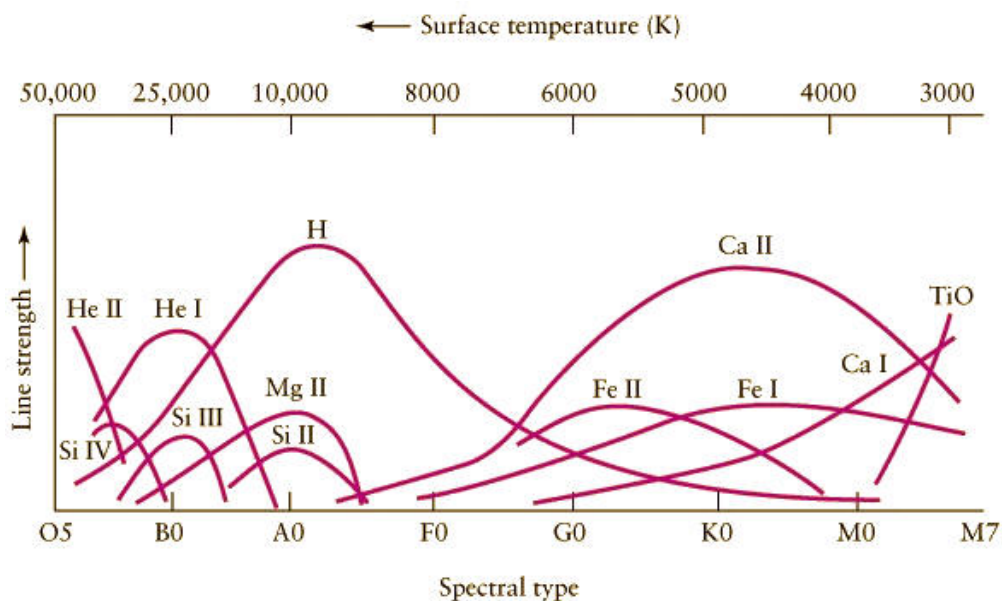
**Παράρτημα: Φασματοσκοπία**  
*Πτολεμαίος 2018*

*Πίνακας I: Σχέση μεταξύ φασματικού τύπου, θερμοκρασίας, απόλυτου μεγέθους και Λαμπρότητας για αστέρια της Κύριας Ακολουθίας*

**Main sequence stars (V) [1]**

Spectral Type	Temperature (K)	MV	Luminosity ( $L_{sol}$ )	Spectral Type	Temperature (K)	MV	Luminosity ( $L_{sol}$ )
O5	54,000	-4.5	200,000	G8	5440	5.6	0.51
O6	45,000	-4.0	140,000	K0	5240	6.0	0.38
O7	43,300	-3.9	120,000	K1	5110	6.2	0.32
O8	40,600	-3.8	80,000	K2	4960	6.4	0.29
O9	37,800	-3.6	55,000	K3	4800	6.7	0.24
B0	29,200	-3.3	24,000	K4	4600	7.1	0.18
B1	23,000	-2.3	5550	K5	4400	7.4	0.15
B2	21,000	-1.9	3190	K7	4000	8.1	0.11
B3	17,600	-1.1	1060	M0	3750	8.7	0.080
B5	15,200	-0.4	380	M1	3700	9.4	0.055
B6	14,300	0	240	M2	3600	10.1	0.035
B7	13,500	0.3	140	M3	3500	10.7	0.027
B8	12,300	0.7	73	M4	3400	11.2	0.022
B9	11,400	1.1	42	M5	3200	12.3	0.011
A0	9600	1.5	24	M6	3100	13.4	0.0051
A1	9330	1.7	20	M7	2900	13.9	0.0032
A2	9040	1.8	17	M8	2700	14.4	0.0020
A3	8750	2.0	14				
A4	8480	2.1	12				
A5	8310	2.2	11				
A7	7920	2.4	8.8				
F0	7350	3.0	5.1				
F2	7050	3.3	3.8				
F3	6850	3.5	3.2				
F5	6700	3.7	2.7				
F6	6550	4.0	2.0				
F7	6400	4.3	1.5				
F8	6300	4.4	1.4				
G0	6050	4.7	1.2				
G1	5930	4.9	1.1				
G2	5800	5.0	1				
G5	5660	5.2	0.73				

*Εικόνα I: Σχετική ισχύς γραμμών απορρόφησης/εκπομπής σαν συνάρτηση της θερμοκρασίας/φασματικού τύπου αστεριών. οι Λατινικοί χαρακτήρες αντιστοιχούν στο βαθμό ιονισμού ενός στοιχείου: I για ουδέτερο, II για απλά ιονισμένο, III για διπλά ιονισμένο κ.ο.κ. Το γράφημα αυτό βασίζεται στην πρωτοπόρα δουλειά της Cecilia Payne που ερμήνευσε τους φασματικούς τύπους σαν μια συνάρτηση της θερμοκρασίας στην πιο σημαντική διδακτορική διατριβή όλης της Αστροφυσικής το 1925!*



Πίνακας II: Γενικά χαρακτηριστικά φασμάτων των διαφόρων φασματικών τύπων

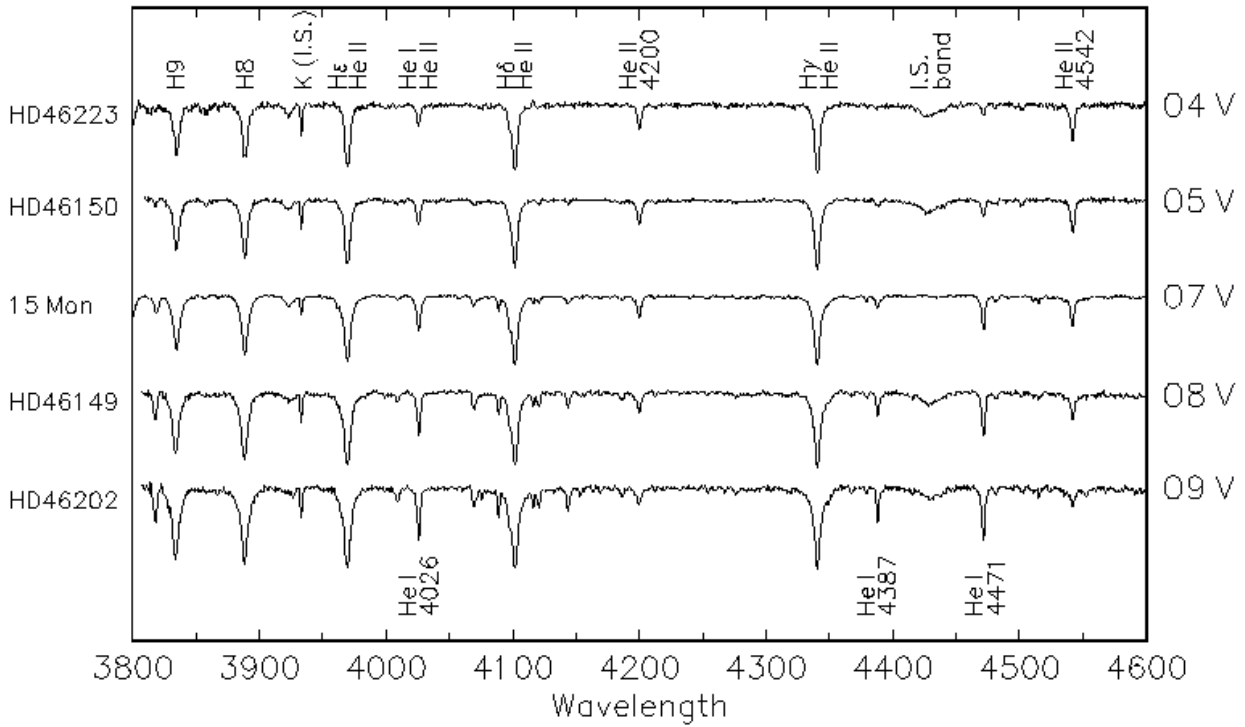
<b>Spectra I Type</b>	<b>Temperature (Kelvin)</b>	<b>Spectral Lines</b>
O	28,000 - 50,000	Ionized helium
B	10,000 - 28,000	Helium, some hydrogen
A	7500 - 10,000	Strong hydrogen, some ionized metals
F	6000 - 7500	Hydrogen, ionized calcium (labeled H and K on spectra) and iron
G	5000 - 6000	Neutral and ionized metals, especially calcium; strong G band
K	3500 - 5000	Neutral metals, sodium
M	2500 - 3500	Strong titanium oxide, very strong sodium

Πίνακας III: Χρήσιμες φασματικές γραμμές για την φασματική κατάταξη αστρικών φασμάτων χαμηλής ανάλυσης [2]

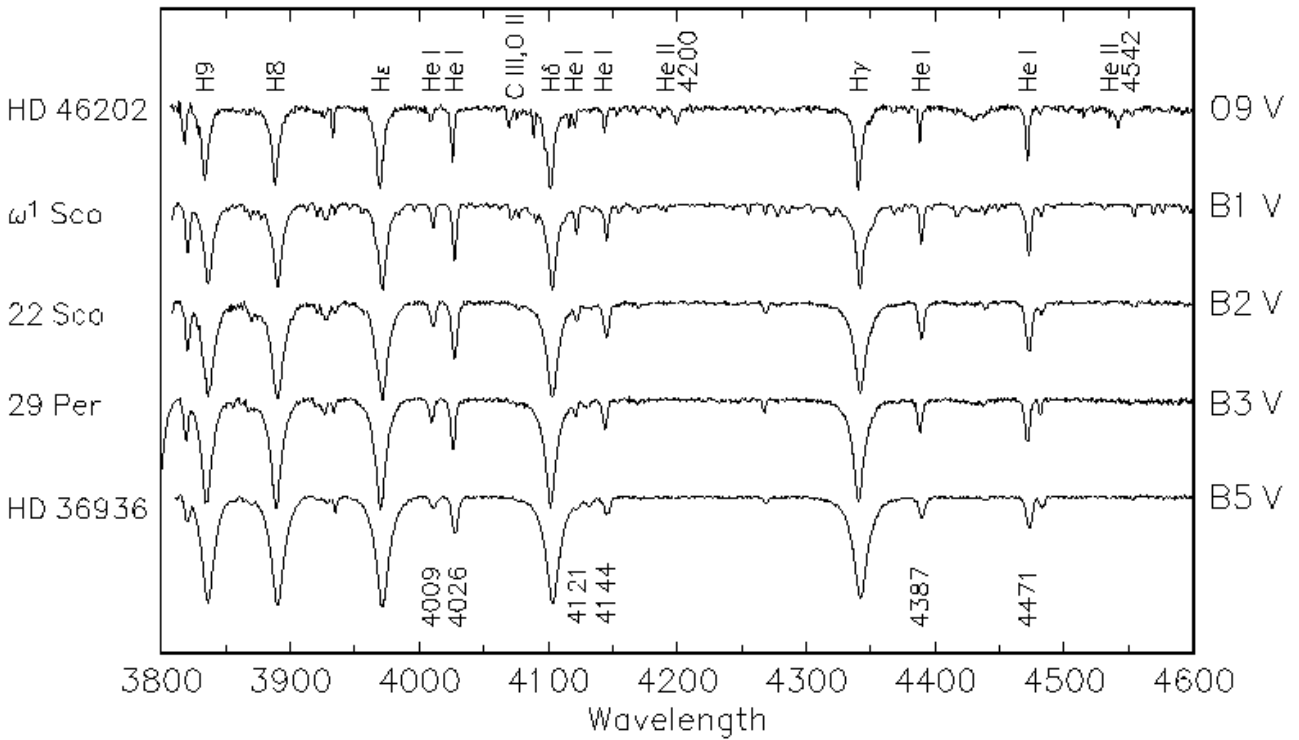
Species and ionization	Identification	Wavelength/nm		Species and ionization	Identification	Wavelength/nm
Ca II	K	393.4		TiO		545–570
Ca II	H	396.8		Na I	D doublet	589.0,589.6
H I	Balmer Hε	397.0		TiO		590–610
Fe I		404.6		CH <sub>4</sub>	methane band	619
H I	Balmer Hδ	410.1		TiO		620–640
Ca I	g	422.7		H I	Balmer Hα	656.3
CH	G	430–432.5		TiO		665–700
H I	Balmer Hγ	434.0		O <sub>2</sub>	B (telluric band)	686.7
He II		454.2		H <sub>2</sub> O	a (telluric band)	716.0
TiO		475–490		CH <sub>4</sub>	methane band	725
H I	Balmer Hβ	486.1		H <sub>2</sub> O	(telluric band)	732–738
TiO		495–510		O <sub>2</sub>	A (telluric band)	759.4
[O III]	oxygen	495.9		H <sub>2</sub> O	Z (telluric band)	790–840
[O III]	oxygen	500.7		CH <sub>4</sub>	methane band	798
TiO		515–540		CH <sub>4</sub>	methane band	887–911

*Εικόνα II: Φάσματα απορρόφησης αντιπροσωπευτικών φασματικών τύπων στο μπλε (όπου υπάρχει μεγάλος αριθμός γραμμών από ατομικές μεταπτώσεις και γι' αυτό είναι χρήσιμο για φασματική κατάταξη). Όλα τα φάσματα έχουν διαιρεθεί με το συνεχές ούτως ώστε να φαίνονται ξεκάθαρα οι γραμμές. Τα πρώτα έξι πλαίσια καλύπτουν όλους τους φασματικούς τύπους αστεριών της ΚΑ. Το έβδομο δείχνει πως αλλάζει ένα φάσμα μέσα στον ίδιο φασματικό τύπο, ανάλογα με την τάξη λαμπρότητας.[3]*

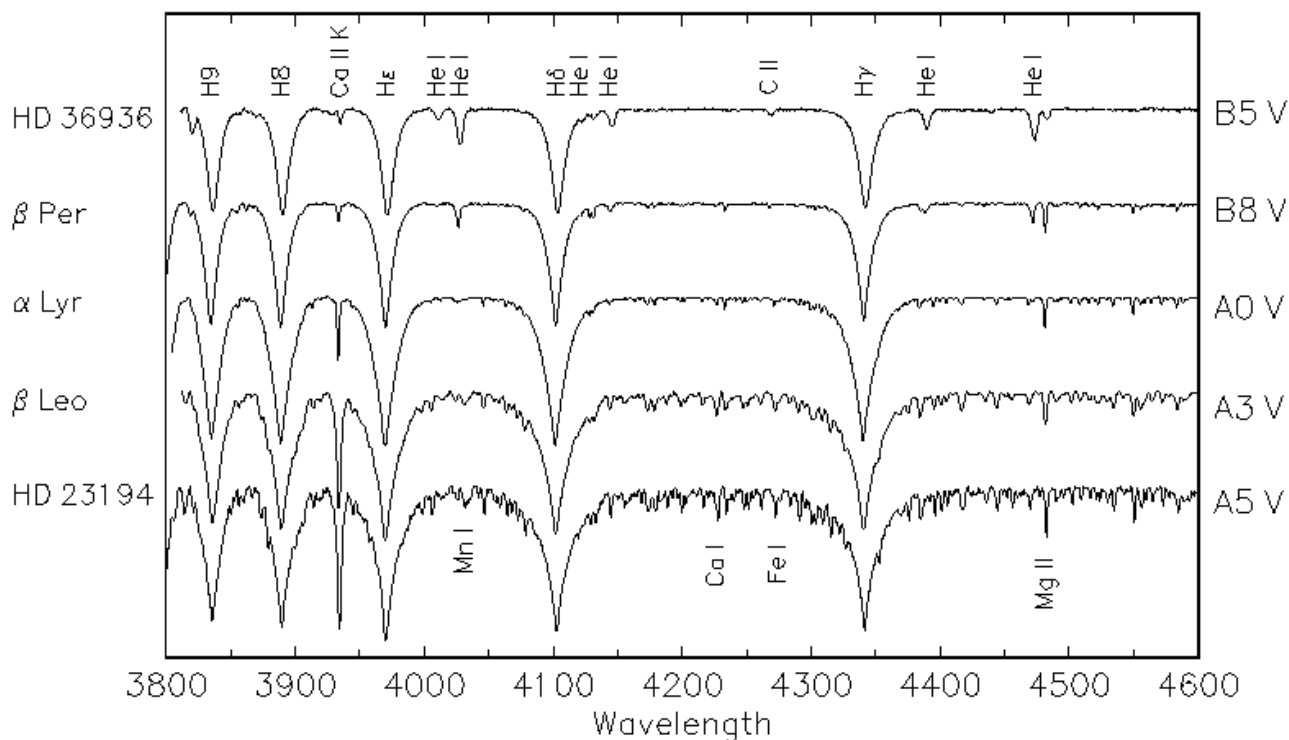
### Main Sequence 04 – 09



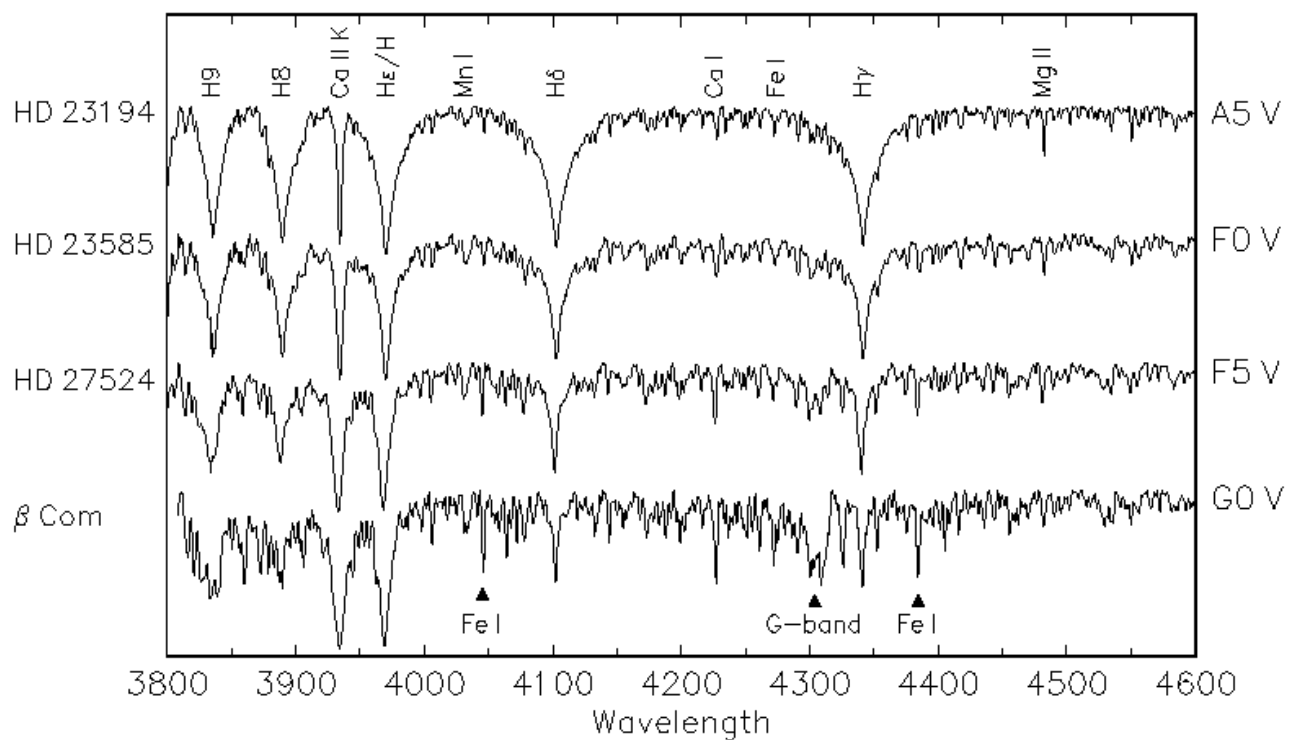
### Main Sequence 09 – B5



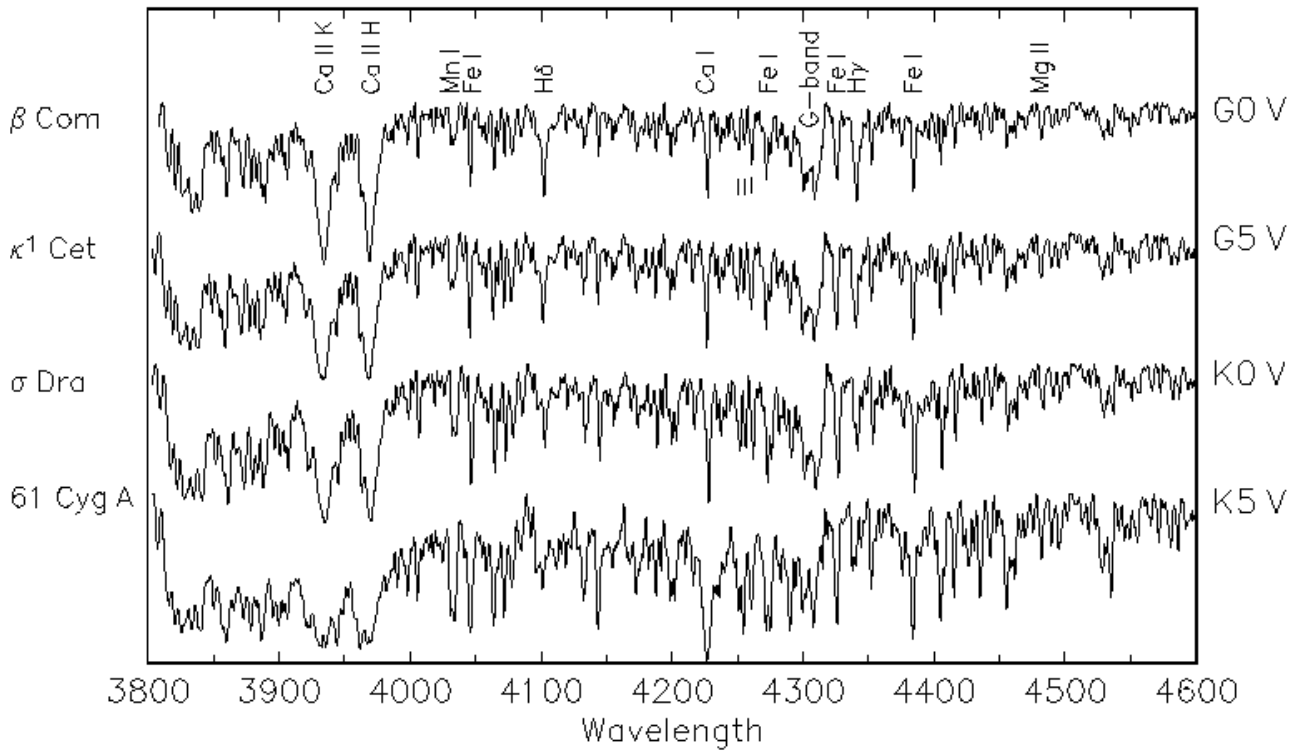
### Main Sequence B5 – A5



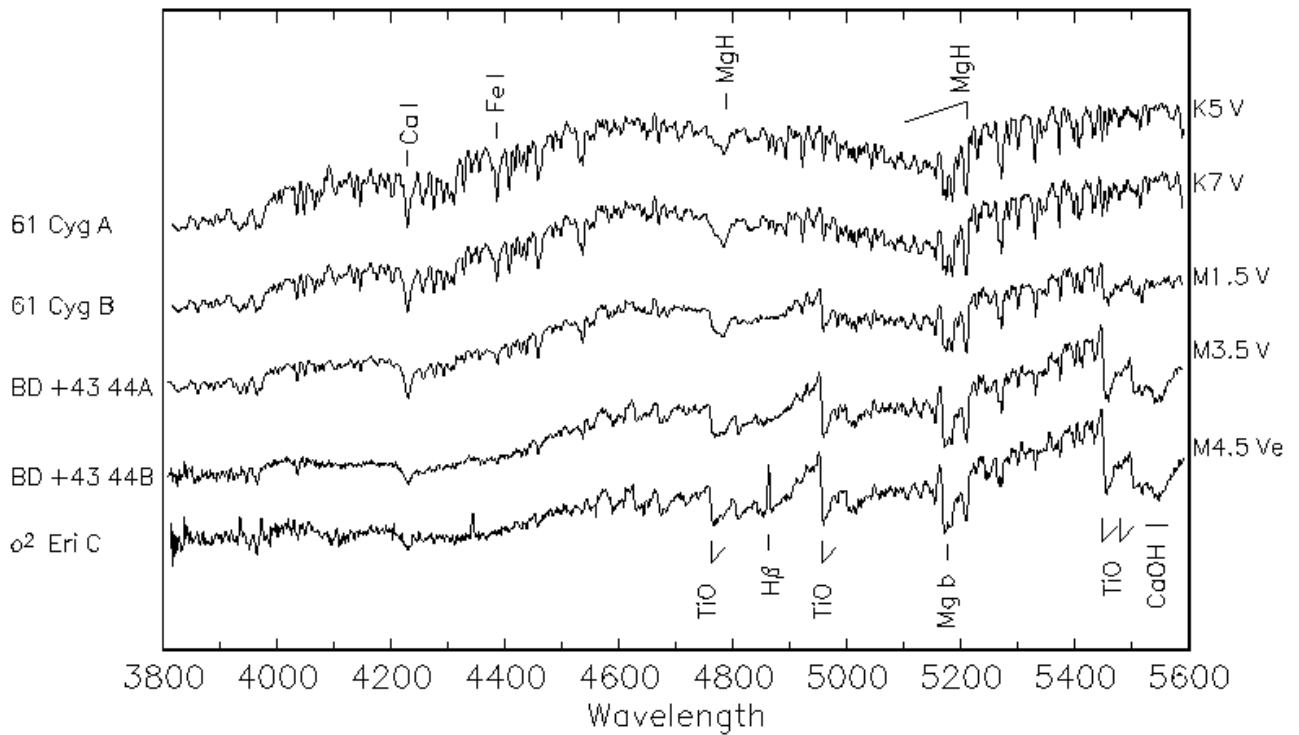
### Main Sequence A5 – G0



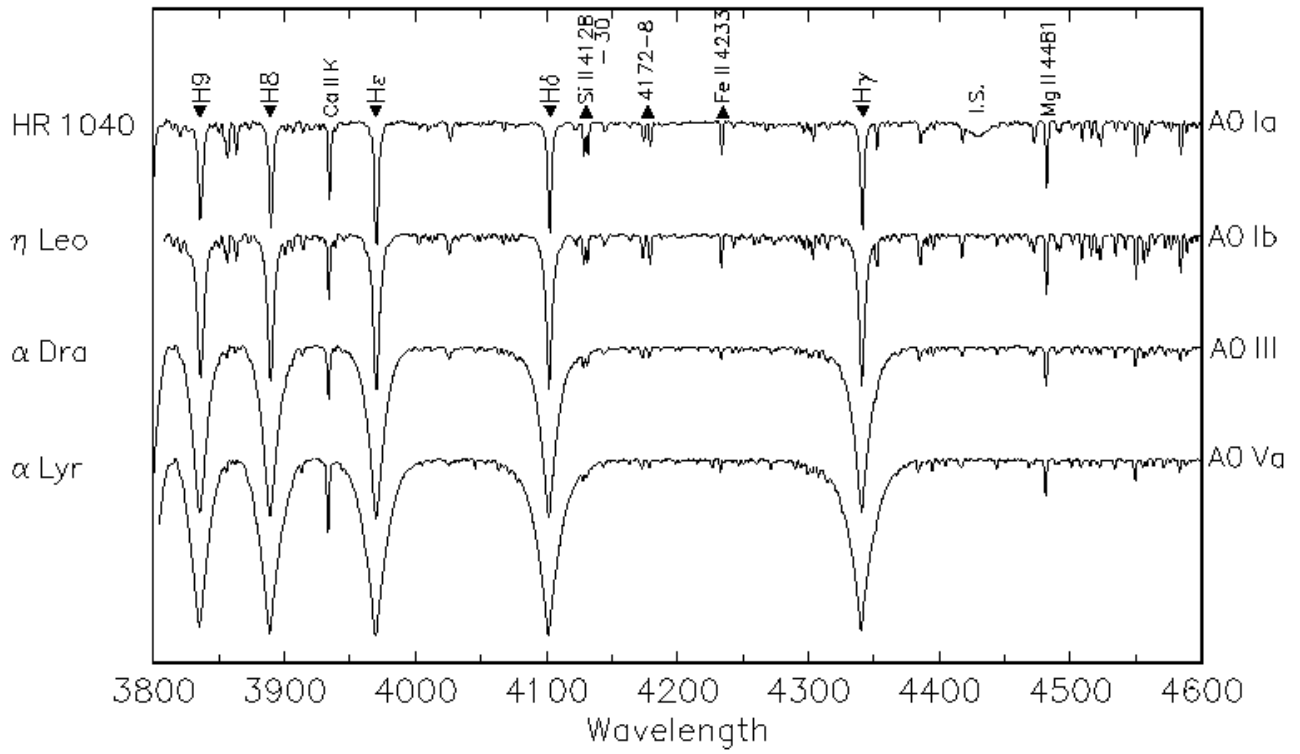
### Main Sequence G0 – K5



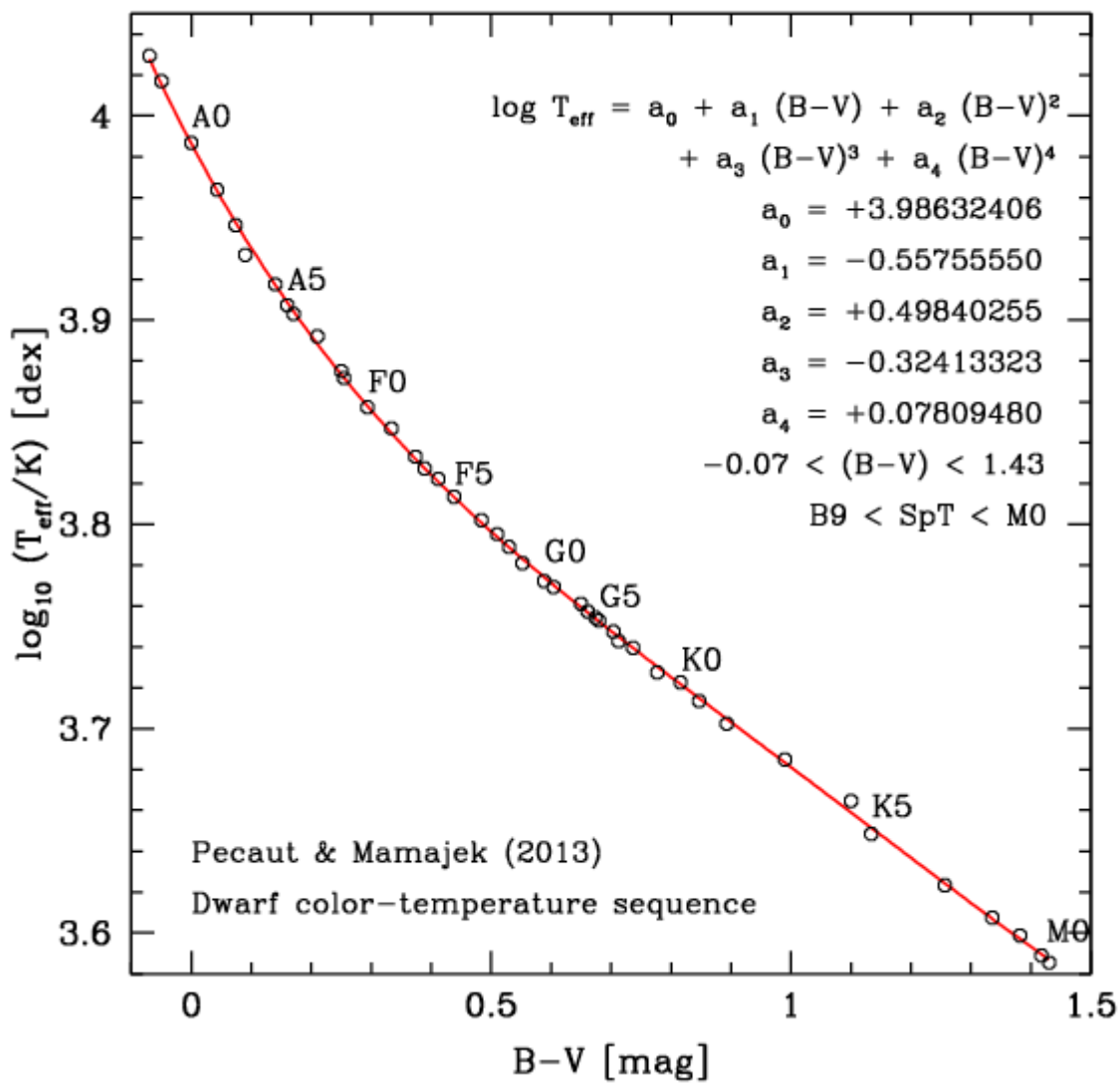
### Main Sequence K5 – M4.5 Normalized Flux



# Luminosity Effects at A0



Εικόνα III: Η σχέση  $T_{\text{eff}}$  με το δείκτη χρώματος  $B-V$  και τον φασματικό τύπο για αστέρια της ΚΑ.[4]



### Πηγές

- [1] <https://sites.uni.edu/morgans/astro/course/Notes/section2/spectraltemps.html> (last accessed June 10, 2018)
- [2] SXR208 Spectroscopy project notes, The Open University
- [3] <https://ned.ipac.caltech.edu/level5/Gray/frames.html> (last accessed June 12, 2018)
- [4] Mamajek, Eric (2015):  $B-V$  Color Versus Effective Temperature for Main Sequence Dwarf Stars of Approximately Solar Composition. figshare. Figure.