



23^{ος} Πανελλήνιος Διαγωνισμός Αστρονομίας και Διαστημικής 2018

4^η φάση: «ΠΤΟΛΕΜΑΙΟΣ»

Θεωρητική Εξέταση

Παρακαλούμε, διαβάστε προσεκτικά τα παρακάτω:

1. Ο διαθέσιμος χρόνος για την απάντηση των θεωρητικών προβλημάτων είναι 4 ώρες. Θα έχετε: 3 προβλήματα σύντομης ανάπτυξης (Προβλήματα 1 ως 3), 3 μεσαίας ανάπτυξης (Προβλήματα 4 έως 6) και 2 μακράς ανάπτυξης (Προβλήματα 7 και 8).
2. Χρησιμοποιείτε μόνο μολύβια και στυλό χρώματος μαύρου ή μπλε.
3. ΜΗΝ χρησιμοποιήσετε το πίσω μέρος της κόλλας στην οποία απαντάτε τα προβλήματα.
4. Κάθε πρόβλημα να το απαντάτε σε ξεχωριστή κόλλα απαντήσεων.
5. Συμπληρώστε τα πλαίσια στο άνω μέρος κάθε κόλλας με τον κωδικό που σας δόθηκε, τον «αριθμό του προβλήματος» και τον συνολικό αριθμό των σελίδων που χρησιμοποιήσατε για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος.
6. Η αρχή και το τέλος του χρόνου της εξέτασης θα αναγγέλλεται.
7. Η τελική απάντηση σε κάθε ερώτηση πρέπει να συνοδεύεται από τις μονάδες της, οι οποίες πρέπει να είναι στο σύστημα SI ή στις μονάδες στις οποίες αναφέρεται το πρόβλημα. Αν η απάντηση δοθεί χωρίς μονάδες, ακόμη κι αν είναι σωστή, θα αφαιρεθεί ένα ποσοστό 20% από τη βαθμολογία που αναλογεί στην απάντηση.
8. Η απαιτούμενη αριθμητική ακρίβεια των απαντήσεων, εξαρτάται από το πλήθος των ψηφίων που δίνονται στα δεδομένα κάθε προβλήματος. Αν η απάντηση δοθεί χωρίς την απαιτούμενη από το πρόβλημα ακρίβεια, ακόμη κι αν είναι σωστή, θα αφαιρεθεί ένα ποσοστό 20% από την βαθμολογία που αναλογεί στην απάντηση. Χρησιμοποιείτε τις σταθερές ακριβώς όπως δίνονται στον πίνακα των σταθερών.
9. Στο τέλος της εξέτασης, βάλτε όλα τα χαρτιά σας, ακόμη και τα πρόχειρα, μέσα στον φάκελο που σας δόθηκε.

Πίνακας Σταθερών

(όλες οι μονάδες είναι στο σύστημα SI)

Σταθερά	Σύμβολο	Τιμή
Σταθερά της βαρύτητας	G	$6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
Σταθερά του Πλανκ	h	$6,63 \times 10^{-34} \text{ J s}$
Ταχύτητα του φωτός	c	$3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Μάζα του Ήλιου	M_{\odot}	$1,989 \times 10^{30} \text{ kg}$
Ακτίνα του Ήλιου	R_{\odot}	$6,96 \times 10^8 \text{ m}$
Λαμπρότητα του Ήλιου	L_{\odot}	$3,83 \times 10^{26} \text{ w}$
Φαινόμενο μέγεθος Ήλιου	m_{\odot}	-26,8
Απόλυτο μέγεθος Ήλιου	M_{\odot}	4,82
Περίοδος περιστροφής Ήλιου		~27 ημέρες
Ηλιακή σταθερά	b_{\odot}	$1,37 \times 10^3 \text{ w m}^{-2}$
Μάζα του ατόμου υδρογόνου		$1,6734 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Μάζα της Γης	M_{\oplus}	$5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$
Ακτίνα της Γης	R_{\oplus}	$6,378 \times 10^6 \text{ m}$
Μέση πυκνότητα της Γης	ρ_{\oplus}	$5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$
Επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της θάλασσας	g	$9,81 \text{ m s}^{-2}$
Τροπικό έτος		365,24 ημέρες
Αστρικό έτος		365,25 ημέρες
Συνοδικό έτος		365,26 ημέρες
Συνοδική ημέρα		86164 s
Κλίση του ισημερινού ως προς την εκλειπτική	E	$23^{\circ},5$
Parsec	pc	$3,09 \times 10^{16} \text{ m}$
Έτος φωτός	ly	$9,46 \times 10^{15} \text{ m}$
Αστρονομική Μονάδα	AU	$1,496 \times 10^{11} \text{ m}$
Απόσταση Γης – Σελήνης		$3,84 \times 10^8 \text{ m}$
Απόσταση Άρη – Ήλιου		1,5 AU
Μάζα της Σελήνης	M_L	$7,34 \times 10^{22} \text{ kg}$
Ακτίνα της Σελήνης	R_L	$1,737 \times 10^6 \text{ m}$
Απόσταση Ήλιου από το κέντρο του Γαλαξία	R	$8 \times 10^3 \text{ pc}$
Σταθερά του Hubble	H	$75 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$
Μάζα του ηλεκτρονίου	m_e	$9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Μάζα του πρωτονίου	m_p	$1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Λόγος περιφέρειας κύκλου προς τη διάμετρο	π	3,141

Σύντομης Ανάπτυξης Προβλήματα (4 μονάδες έκαστο)

Πρόβλημα 1^ο:

Ένας αστέρας έχει ημερήσιο τόξο 200° . Εάν ανατέλλει στις 2h 10min, να βρείτε πόση είναι η ορθή αναφορά του.

Πρόβλημα 2^ο:

Ένας μεταβλητός αστέρας παρουσίασε μεταβολή πέντε (5) μεγεθών (5 mag) μεταξύ μεγίστου και ελαχίστου.

- α) Πόση είναι η αντίστοιχη αύξηση της λαμπρότητάς του;
- β) Τι ποσοστό της επιφάνειας του αντικειμενικού φακού ενός τηλεσκοπίου πρέπει να καλύψουμε κατά την παρατήρηση του μεγίστου του μεταβλητού αστέρα, ώστε αυτός να φαίνεται του ίδιου μεγέθους όπως φαίνονταν στο ελάχιστό του χωρίς κάλυψη του αντικειμενικού;

Πρόβλημα 3^ο:

Ένα σφαιρικό μεσοαστρικό νέφος έχει μάζα $1M_\odot$ (1 μάζα Ηλίου) και πυκνότητα 10^{10} ατόμων υδρογόνου ανά cm^3 . Ο χρόνος περιστροφής του είναι 1000 έτη. Ποια είναι η περίοδος περιστροφής αν το νέφος συμπυκνωνόταν σε έναν αστέρα του μεγέθους του Ήλιου;

Μεσαίας Ανάπτυξης Προβλήματα (7 μονάδες έκαστο)

Πρόβλημα 4°:

Δύο αστέρες με ίσες μάζες $m_1 = m_2 = M_\odot$, βρίσκονται σε απόσταση από τη Γη, $d_1 = 1,2953 \text{ pc}$ και $d_2 = 1,3475 \text{ pc}$ αντίστοιχα. Η γωνιακή απόσταση μεταξύ τους, όπως παρατηρείται από τη Γη, είναι $\theta = 2,1815^\circ$.

(α) Να υπολογίσετε την απόσταση d μεταξύ τους σε pc .

(β) Αν υποθέσουμε ότι αποτελούν φυσικό ζεύγος, να υπολογίσετε την στροφορμή του συστήματος. Θεωρήστε ότι το επίπεδο περιφοράς τους είναι κάθετο στην ευθεία παρατήρησης.

(γ) Αν η ορθή αναφορά και η απόκλιση των δύο αστέρων είναι αντίστοιχα:

$\alpha_1 = 14\text{h } 29\text{m } 44,95\text{s}$, $\delta_1 = 62^\circ 40' 46,14''$ και $\alpha_2 = 14\text{h } 39\text{m } 39,39\text{s}$, $\delta_2 = 60^\circ 50' 22,10''$, να αποδείξετε ότι η γωνιακή απόσταση μεταξύ τους, όπως παρατηρείται από τη Γη είναι αληθής, όπως δίνεται στην εκφώνηση, δηλαδή, $\theta = 2,1815^\circ$.

Πρόβλημα 5°:

Ένα διαστημικό σκάφος με κυλινδρικό σχήμα εκτοξεύεται από τη Γη προς ένα άστρο με παράλλαξη $0,5$ δευτερόλεπτα της μοίρας. Το διαστημόπλοιο διαθέτει κινητήρες ιόντων που το επιταχύνουν με σταθερή επιτάχυνση 10 m/s^2 για να φτάσει στην ταχύτητα 60.000 km/s . Έπειτα εκτελεί κίνηση ευθύγραμμη ομαλή. Κατά την άφιξη στο άστρο επιβραδύνει με το ίδιο μέτρο επιβράδυνσης μέχρι να ακινητοποιηθεί. Η εκτόξευση γίνεται από σημείο μακριά από τη βαρυτική έλξη της Γης και τα ιόντα έχουν ταχύτητα εξόδου 50.000 km/s . Η τελική του μάζα μετά την επιτάχυνση είναι 10^6 kg .

A) Να βρείτε την αρχική του μάζα κατά την εκτόξευση.

B) Να βρείτε την κινητική ενέργεια του σκάφους κατά τη φάση της ευθύγραμμης ομαλής του κίνησης.

Γ) Να βρείτε τη διάρκεια του ταξιδιού.

Δ) Αν η πυκνότητα του διαστρικού αερίου είναι 10^{-25} kg/m^3 και η ακτίνα της κυκλικής μπροστινής ασπίδας του σκάφους είναι $17,84 \text{ m}$, να βρείτε την ενέργεια των διαστρικών αερίων που χτύπησαν την ασπίδα με μέση ταχύτητα $6 \times 10^7 \text{ m/s}$.

Ε) Λαμβάνοντας υπόψη την προστασία της Γης από την κοσμική ακτινοβολία, προτείνετε έναν τρόπο προστασίας του σκάφους από τα φορτισμένα σωματίδια της διαστρικής ύλης.

Μακράς Ανάπτυξης Προβλήματα (12 μονάδες)

Πρόβλημα 6°: (Φαινόμενο μέγεθος πάλσαρ)

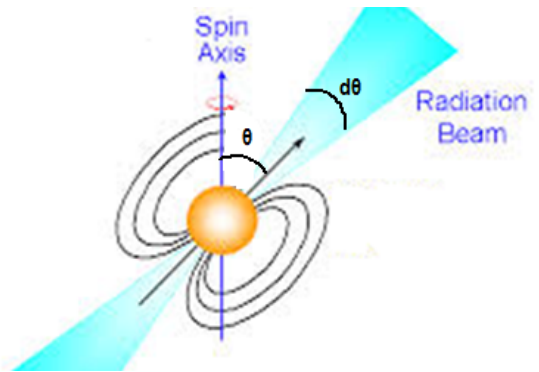
Ένας αστέρας πάλσαρ βρίσκεται σε απόσταση $d = 1000 \text{ pc}$ και έχει φωτεινότητα $L = 10000 L_{\odot}$. Το γωνιακό πλάτος της δέσμης εκπομπής της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας είναι $d\theta = 4^{\circ}$ και η γωνία μεταξύ του άξονα περιστροφής του και της εκπεμπόμενης δέσμης είναι $\theta = 30^{\circ}$.

Να υπολογίσετε:

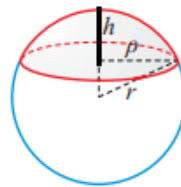
A) την πιθανότητα να ανιχνεύσουμε τον αστέρα πάλσαρ από τη Γη.

B) το φαινόμενο μέγεθος του αστέρα.

Θεωρήστε ομοιόμορφη κατανομή των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων σε όλα τα μήκη κύματος.



Εμβαδό τμήματος σφαιρικής επιφάνειας: $2\pi \cdot r \cdot h$



Πρόβλημα 7°:

Στις 31 Ιουλίου 1971 ένας παρατηρητής βρίσκεται στον ισημερινό της Γης και βλέπει την Σελήνη να ανατέλλει. Υποθέστε ότι:

- Το επίπεδο περιφοράς της Σελήνης συμπίπτει με το επίπεδο του ισημερινού της Γης.
- Η κλίση του άξονα της Γης είναι 0° .
- Η Σελήνη κινείται κυκλικά γύρω από το κέντρο της Γης, που το θεωρούμε ακίνητο.

Να υπολογίσετε:

(α) Το χρόνο που απαιτείται ώστε η Σελήνη να ανατείλει πλήρως πάνω από το γήινο ορίζοντα.

(β) Εξηγήστε περιληπτικά γιατί οι τρεις υποθέσεις: (1) ότι ο παρατηρητής πρέπει να είναι στον ισημερινό, (2) ότι η Σελήνη περιφέρεται στο ισημερινό επίπεδο της Γης και (3) ότι η τροχιά της Σελήνης είναι κυκλική, είναι απαραίτητες για την απάντηση στο Ερώτημα (α).

(γ) Έστω ότι μια άλλη μέρα έχουμε συλλέξει τα εξής δεδομένα:

(γ₁) Το μήκος της σιάς της Σελήνης είναι $L = 377700 \text{ km}$

(γ₂) Η απόσταση των κέντρων Γης – Σελήνης είναι $D = 372025 \text{ km}$

Με βάση τα παραπάνω δεδομένα να υπολογίσετε σε λεπτά (min) τη διάρκεια της έκλειψης του Ήλιου, που συνέβη εκείνη την ημέρα, σε έναν τόπο του ισημερινού της Γης, που βρίσκεται στην πλησιέστερη απόσταση από τη Σελήνη.

Δίνεται η περίοδος ιδιοπεριστροφής της Γης, $T_{\Gamma} = 23 \text{ h } 56 \text{ min } 4 \text{ sec}$. Δίνεται ακόμη ότι η γωνιακή διάμετρος της Γης, όπως την μέτρησαν οι αστροναύτες του προγράμματος Apollo – 15 στις 31 Ιουλίου 1971 από έναν τόπο (πολύ κοντά στον ισημερινό) της Σελήνης ήταν περίπου $1,9^{\circ}$.

