

Το μισό του βραβείου Νόμπελ Φυσικής του 2019 αναγνώρισε το έργο ζωής του Jim Peebles, που ουσιαστικά θεμελίωσε την Φυσική Κοσμολογία: την εφαρμογή νόμων Φυσικής στο Σύμπαν που επέτρεψε μια σειρά προβλέψεων και μετρήσεων φυσικών ιδιοτήτων του Σύμπαντος και οδήγησε στην σύγχρονη μορφή της Κοσμολογίας Ακρίβειας.

Σε μια σειρά εργασιών από το 1965 και μετά, ο Peebles με διάφορους συνεργάτες εξήγησαν ιδιότητες του Σύμπαντος και προέβλεψαν χαρακτηριστικά του, τα περισσότερα εκ των οποίων επιβεβαιώθηκαν παρατηρησιακά αργότερα.

Στις επόμενες ερωτήσεις, θα εξετάσετε κάποιες από αυτές τις θεωρητικές προβλέψεις και θα τις εφαρμόσετε σε παρατηρήσεις.

**Θα εργαστείτε αποκλειστικά στο σύστημα μονάδων CGS.**

**Ό,τι βλέπετε μέσα σε αγκύλες με κόκκινο χρώμα είναι οι αντίστοιχες βαθμολογικές μονάδες**

### **Ακτινοβολία μικροκυμάτων υποβάθρου**

**α) Ανίχνευση: [23]** Το 1965, οι Penzias και Wilson ανίχνευσαν μια διάχυτη ακτινοβολία χαμηλής ισχύος, ομοιόμορφη σε κάθε κατεύθυνση που αποδείχτηκε ως η ακτινοβολία μικροκυμάτων υποβάθρου (Cosmic Microwave Background, CMB), ο απόηχος της γέννησης του Σύμπαντος. Η εργασία δημοσιεύτηκε μαζί με την θεωρητική ερμηνεία της ακτινοβολίας στην οποία εργαζόταν ο Dickie μαζί με 3 φοιτητές του (ένας εκ των οποίων ήταν ο Peebles).

i. Τι έκανε τους παρατηρητές να υποπτευθούν πως αυτή η ακτινοβολία έχει «κοσμική» προέλευση; [3]

ii. Οι ραδιοαστρονόμοι χρησιμοποιούν την έννοια της «θερμοκρασίας φωτεινότητας» (brightness temperature) σαν το μέγεθος που μετράει ισχύ:  $P \sim kT_b$ . Η θερμοκρασία φωτεινότητας είναι η θερμοκρασία που θα αντιστοιχούσε σ' ένα μελανό σώμα που εκπέμπει την ίδια ένταση με την μετρούμενη πηγή, σε χαμηλές συχνότητες:  $T_b = (\lambda^2/2k) I_\nu$ , όπου  $k$  είναι η σταθερά Boltzmann ( $k = 1,38 \times 10^{-16}$  erg  $K^{-1}$ ).

Οι Penzias και Wilson, αφού έλαβαν υπόψη τους όλες τις πιθανές πηγές ακτινοβολίας, κατέληξαν πως υπάρχει μια, επιπλέον, διάχυτη ακτινοβολία που αντιστοιχεί σε  $(3,5 \pm 1,0)K$ . Οι μετρήσεις τους έγιναν στα 4080 MHz. Παρακάτω θα κατασκευάσετε ένα διάγραμμα με οριζόντιο άξονα τον  $\log \nu$  και κατακόρυφο τον  $\log(\nu I_\nu)$ . Ένα τέτοιο διάγραμμα δείχνει πόση ενέργεια βρίσκεται ανά λογαριθμικό διάστημα συχνότητας σ' ένα φάσμα.

Υπολογίστε πρώτα τις τιμές σ' αυτό και το παρακάτω ερώτημα πριν κατασκευάσετε το διάγραμμα, έτσι ώστε να μπορείτε να εκτιμήσετε το εύρος των τιμών των αξόνων! Υπολογίστε την τιμή που αντιστοιχεί στην μέτρηση των Penzias και Wilson και τοποθετήστε το σημείο στο διάγραμμα. Σχεδιάστε (στο περίπου) το φάσμα μελανού σώματος που αντιστοιχεί στη θερμοκρασία 3,5K και περνάει απ' αυτό το σημείο [10]

Υπόδειξη: ο οριζόντιος άξονας να είναι από 6 έως 14 και ο κατακόρυφος άξονας από -12 έως -1, δηλ. η αρχή των αξόνων να είναι στο (6, -12).

iii. Στο ίδιο διάγραμμα σχεδιάστε τις παρατηρήσεις του φάσματος του ραδιοφωνικού υποβάθρου. Αυτές περιγράφονται αξιόπιστα από τη σχέση  $T_b / 7600K = (\lambda/10^3 \text{ cm})^{2,4}$  στην περιοχή 70 cm - 50m. [5]

iv. Πώς συγκρίνεται η μέτρηση των Penzias και Wilson με αυτές του ραδιοφωνικού υποβάθρου; Τι συμπέρασμα βγάξετε; Τι παρατηρήσεις θα προτείνετε για να επιβεβαιώσετε το αποτέλεσμα τους; [5]

**β) Θεωρητική ερμηνεία [17]:** Η ομάδα του Dickie ερμήνευσε την ανίχνευση ακτινοβολίας υποβάθρου σαν την ακτινοβολία της Μεγάλης Έκρηξης: αν το Σύμπαν ξεκίνησε σαν μια πυρακτωμένη σφαίρα ύλης κι ακτινοβολίας υψηλής θερμοκρασίας, τότε η ακτινοβολία θα πρέπει να κρύωσε σαν αποτέλεσμα της διαστολής. Απ' τον νόμο του Hubble γνωρίζουμε πως η μετατόπιση προς το ερυθρό (redshift,  $z$ ) είναι ένα μέτρο της ακτίνας του Σύμπαντος. Έτσι, αν η ακτίνα του Σύμπαντος είναι σήμερα  $R_0$  (χρησιμοποιούμε τον

δείκτη  $o$  για να δηλώσουμε τιμές του παρόντος), τότε όταν παρατηρούμε το Σύμπαν σε redshift  $z$ , η ακτίνα του ήταν  $R = R_o/(1+z)$ .

- i. Αν το Σύμπαν είναι γεμάτο αρχικά με ακτινοβολία και ύλη, τότε λόγω της μεγάλης πυκνότητας, η ακτινοβολία αυτή θα έχει την φασματική κατανομή μελανού σώματος (τα φωτόνια σκεδάζονται συνεχώς από σωματίδια και μοιράζονται την ενέργεια κι έρχονται σε θερμική ισορροπία). Η συνολική πυκνότητα ακτινοβολίας μελανού σώματος θερμοκρασίας  $T$  δίνεται από τη σχέση  $u_{rad} = (4\sigma/c) T^4$ , όπου  $\sigma$  είναι η σταθερά Steffan Boltzmann ( $\sigma = 5,67 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ K}^{-4} \text{ s}^{-1}$ ) και  $c$  ( $=3 \times 10^{10} \text{ cm s}^{-1}$ ) η ταχύτητα του φωτός. Η πυκνότητα ακτινοβολίας δίνεται βέβαια από την ενέργεια των φωτονίων διαιρεμένη με τον όγκο του Σύμπαντος - ο αριθμός των φωτονίων διατηρείται. Η ενέργεια ενός φωτονίου συχνότητας  $\nu$  είναι  $h \cdot \nu$ . Όπως το Σύμπαν διαστελλεται, η συχνότητα μετατοπίζεται στο ερυθρό. Χρησιμοποιείστε αυτόν το ορισμό της πυκνότητας ακτινοβολίας και συνδέστε τον με την σχέση για μελανό σώμα για να πάρετε την σχέση που συνδέει τη θερμοκρασία με την μετατόπιση στο ερυθρό. Καταλήξτε με μια σχέση που συνδέει την θερμοκρασία της ακτινοβολίας σε redshift  $z$  με την θερμοκρασία της σήμερα  $T_o$ . [5]
- ii. Εκφράστε την πυκνότητα ακτινοβολίας σε συνάρτηση με την τιμή της σήμερα και την μετατόπιση στο ερυθρό,  $z$ . [2]
- iii. Εκφράστε την πυκνότητα ύλης  $\rho_m$  σε συνάρτηση με την τιμή της σήμερα και την μετατόπιση στο ερυθρό. [2]
- iv. Εδώ θα προβλέψετε την θερμοκρασία της ακτινοβολίας υποβάθρου, ακολουθώντας μια απλοποιημένη εκδοχή της εργασίας του Peebles και των συνεργατών του και χρησιμοποιώντας σύγχρονες μετρήσεις της βαρυονικής μάζας<sup>1</sup> του σύμπαντος: Όταν το Σύμπαν ήταν πυκνό και με υψηλή θερμοκρασία, οι συνθήκες ήταν κατάλληλες για σύντηξη η οποία παράγει στοιχεία, όπως και στην καρδιά των άστρων. Η παραγωγή ηλίου είναι δυνατή μόνον όταν η θερμοκρασία είναι πολύ κοντά στους  $10^9 \text{ K}$  και η πυκνότητα ύλης περί τα  $10^{18}$  πρωτόνια ανά  $\text{cm}^3$ . Ακριβείς μετρήσεις δίνουν την σημερινή πυκνότητα βαρυονικής ύλης ίση με  $4,28 \times 10^{-31} \text{ g cm}^{-3}$ . Η μάζα του πρωτονίου είναι  $1,67 \times 10^{-24} \text{ g}$ . Βρείτε σε ποια τιμή της μετατόπισης στο ερυθρό αντιστοιχεί η εποχή παραγωγής ηλίου ( $z_{\text{He}}$ ) και χρησιμοποιείστε την για να προβλέψετε την τιμή της σημερινής θερμοκρασίας ακτινοβολίας υποβάθρου,  $T_o$ . [4]
- v. Υπολογίστε την πυκνότητα ενέργειας ακτινοβολίας  $u_o$  σήμερα και μετατρέψτε την σε πυκνότητα μάζας χρησιμοποιώντας τη σχέση  $u_o = \rho_{rad,o} c^2$ . Συγκρίνετε την με την πυκνότητα βαρυονικής μάζας σήμερα. [4]

**γ) Ανακατασκευή της Θερμικής Ιστορίας του Σύμπαντος [20]:** Ακριβείς μετρήσεις τις τελευταίες δεκαετίες έχουν προσδιορίσει την θερμοκρασία της ακτινοβολίας υποβάθρου ως  $T_o = (2,725 \pm 0,001)\text{K}$ . Το Σύμπαν υπακούει στις εξισώσεις της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας και είναι επίπεδο. Αυτό σημαίνει πως η συνολική πυκνότητα ενέργειας είναι ίση με την «κρίσιμη πυκνότητα», την ποσότητα που κάνει το Σύμπαν επίπεδο:  $\rho_{cr} = 3H^2/8\pi G$ , όπου  $H$  είναι η σταθερά του Hubble. Επειδή η σταθερά του Hubble παραμένει μια ποσότητα που πρέπει να προσδιοριστεί παρατηρησιακά, είναι σύνηθες να εκφράζουμε ποσότητες στην Κοσμολογία κρατώντας τις σαν παραμέτρους. Χρησιμοποιούμε δε την ποσότητα  $h$ :  $H = h \text{ 100 km/s/Mpc}$ . Ιστορικά, οι μετρήσεις της παραμέτρου  $h$  έχουν κυμανθεί μεταξύ 0,5 και 1. Τα πιο πρόσφατα αποτελέσματα την τοποθετούν στο  $h = 0,72 \pm 0,03$ . Η συμβολή των διαφόρων μορφών ενέργειας δίνεται σε μονάδες αυτής της «κρίσιμης ενέργειας» και θα δείτε τα παρατηρησιακά αποτελέσματα εκφρασμένα σαν  $\Omega = \rho/\rho_{cr}$ . Οι τιμές από το παρατηρητήριο WMAP για τη συμβολή των διαφόρων μορφών πυκνότητας μάζας/ενέργειας που περιγράφουν την σημερινή κατάσταση του Σύμπαντος είναι:

$$\text{παράμετρος της ύλης } \Omega_{m,o} h^2 = 0,1326 \pm 0,0063$$

Μόνον ένα μικρό μέρος αυτής της ποσότητας οφείλεται σε βαρυονική μάζα:  $\Omega_{b,o} h^2 = (2,273 \pm 0,062) \times 10^{-2}$

$$\text{παράμετρος της ακτινοβολίας } \Omega_{r,o} h^2 = 4,2 \times 10^{-5}$$

$$\text{παράμετρος της σκοτεινής ενέργειας } \Omega_{\Lambda,o} = 0,742 \pm 0,030$$

Το χαρακτηριστικό ενός επίπεδου Σύμπαντος είναι πως το άθροισμα όλων αυτών των παραμέτρων είναι 1, καθ' όλη την ιστορία του Σύμπαντος:  $\Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda = 1$ .

Στα παρακάτω ερωτήματα, χρησιμοποιείτε αυτές τις τιμές (δεν θα ασχοληθούμε με την Σκοτεινή Ενέργεια). Μπορείτε να αγνοήσετε τα σφάλματα!

- i. Λαμβάνοντας υπόψη την εξάρτηση της πυκνότητας ακτινοβολίας και της ύλης που υπολογίσατε στα υποερωτήματα (β)-ii, (β)-iii και τις τιμές των μετρήσεων του WMAP, υπολογίστε την μετατόπιση στο ερυθρό την εποχή που η πυκνότητα ακτινοβολίας ήταν ίση με την πυκνότητα ύλης,  $z_{\text{eq}}$ . [5]
- ii. Όσο το Σύμπαν ήταν πυκνό με υψηλή θερμοκρασία, κάθε φορά που ένα ηλεκτρόνιο δεσμευόταν από ένα πρωτόνιο για τη δημιουργία ενός ατόμου Υδρογόνου, εκπέμπονταν ένα φωτόνιο, που ήταν αρκετά ενεργειακό για σπάσει το δεσμό ενός άλλου ατόμου Υδρογόνου. Κατά συνέπεια, όσο υπήρχαν αρκετά φωτόνια με ενέργεια συγκρίσιμη με την ενέργεια ιονισμού του Υδρογόνου (13,6 eV) δεν ήταν δυνατόν να δημιουργηθούν σταθερά άτομα Υδρογόνου. Η ενέργεια της ακτινοβολίας περιγράφεται από τη θερμοκρασία, η οποία αντιστοιχεί σε μια “μέση” kT. Τα φωτόνια έχουν μια κατανομή γύρω από αυτήν την μέση ενέργεια. Λεπτομερείς υπολογισμοί (βασισμένοι σε Στατιστική Φυσική) δείχνουν πως όταν η μέση ενέργεια των φωτονίων έπεσε κάτω από τα 0,43 eV ο αριθμός των φωτονίων με ικανή ενέργεια να ιονίσει το Υδρογόνο μειώθηκε δραματικά και όλο και περισσότερα πρωτόνια και ηλεκτρόνια μπορούσαν πλέον να βρίσκονται σε σταθερά άτομα Υδρογόνου. Αυτή η εποχή σύνθεσης Υδρογόνου κράτησε περίπου μέχρι η μέση ενέργεια ακτινοβολίας να φτάσει τα 0,23 eV. Αυτή είναι η εποχή της «Σύνθεσης» (recombination). Υπολογίστε το εύρος της θερμοκρασίας που αντιστοιχεί σ’ αυτές τις ενέργειες (παίρνοντας την ενέργεια ίση με kT, όπου k είναι η σταθερά Boltzmann σε βολικές μονάδες  $k = 8,817 \times 10^{-5} \text{ eV K}^{-1}$ ) και το εύρος των τιμών της μετατόπισης στο ερυθρό  $z_{\text{rec}}$  στο οποίο επιτυγχάνεται. [4]
- iii. Τα ελεύθερα ηλεκτρόνια είναι αυτά που σκέδαζαν τα φωτόνια και έκαναν το Σύμπαν οπτικά αδιαπέραστο. Με την δέσμευση των ηλεκτρονίων σε άτομα Υδρογόνου, παύουν να υπάρχουν αρκετά ηλεκτρόνια να σκεδάσουν τα φωτόνια κι έτσι τα φωτόνια μπορούν να ταξιδέψουν ανεμπόδιστα. Σ’ αυτή την φάση είναι που το Σύμπαν γίνεται διαφανές, και αυτά είναι τα φωτόνια της ακτινοβολίας υποβάθρου. Αυτό συμβαίνει περίπου όταν η θερμοκρασία έχει φτάσει τους 3000 K. Υπολογίστε σε ποια τιμή της μετατόπισης στο ερυθρό  $z_{\text{CMB}}$  αντιστοιχεί αυτό. [2]
- iv. Η εφαρμογή των εξισώσεων της Γενικής Θεωρίας Σχετικότητας στο Σύμπαν, επιτρέπει (μεταξύ άλλων) τον υπολογισμό της ηλικίας του Σύμπαντος σε διάφορες στιγμές. Η ηλικία του Σύμπαντος  $t$  σε μια δεδομένη στιγμή μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση που δίνει τον ρυθμό εξέλιξης του μεγέθους του  $R$ . Αν στο Σύμπαν σ’ αυτή τη φάση επικρατεί η ακτινοβολία, με πυκνότητα  $\rho = u_{\text{rad}}/c^2$ , τότε.

$$\frac{1}{t} = \frac{\Delta R}{R} = \sqrt{\frac{8\pi G}{3} \rho}$$

$$G = 6,67 \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ (σε μονάδες στο cgs).}$$

Αν επικρατεί η ύλη, τότε  $t/t_0 = (R/R_0)^{2/3}$ . Για την ηλικία του Σύμπαντος σήμερα, πάρτε  $t_0 = 1/H_0$ . Υπολογίστε την ηλικία του Σύμπαντος: (α) όταν παράχθηκε το ήλιο, (β) όταν το Σύμπαν πέρασε από την κυριαρχία της ακτινοβολίας στην κυριαρχία της ύλης, και (γ) όταν έγινε διάφανο. Εκφράστε τις ηλικίες σε μονάδες που να τις κάνουν καταληπτές. [9]

### Σημείωση:

1. Βαρυονική μάζα είναι η μάζα που αποτελείται από πρωτόνια, νετρόνια και ηλεκτρόνια - αυτή που αναγνωρίζουμε σαν τη συνήθη μάζα. Χρησιμοποιούμε το διακριτικό όρο «βαρυονική» για να τη διακρίνουμε από την Σκοτεινή Ύλη, που αλληλοεπιδρά βαρυτικά, αλλά όχι ηλεκτρομαγνητικά - δεν εκπέμπει και δεν απορροφά φωτόνια. Με τον όρο «ύλη» θα αναφερόμαστε στο σύνολο της βαρυονικής και της σκοτεινής ύλης. Και οι δύο συνεισφέρουν μάζα.