



ΕΤΑΙΡΕΙΑ ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΑΣ & ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΟΣ

# 25<sup>ος</sup> Πανελλήνιος Διαγωνισμός Αστρονομίας και Διαστημικής 2020

3<sup>η</sup> φάση: «ΠΤΟΛΕΜΑΙΟΣ»

## Θεωρητική Εξέταση

Παρακαλούμε, διαβάστε προσεκτικά τα παρακάτω:

1. Ο διαθέσιμος χρόνος για την απάντηση των θεωρητικών προβλημάτων είναι 4 ώρες. Θα έχετε: 2 προβλήματα σύντομης ανάπτυξης (Προβλήματα 1 ως 2), 3 μεσαίας ανάπτυξης (Προβλήματα 3 έως 5) και 2 μακράς ανάπτυξης (Προβλήματα 6 έως 7).
2. Χρησιμοποιείτε μόνο μολύβια και στυλό χρώματος μαύρου ή μπλε.
3. Η αρχή και το τέλος του χρόνου της εξέτασης θα αναγγέλλεται.
4. Η τελική απάντηση σε κάθε ερώτηση πρέπει να συνοδεύεται από τις μονάδες της, οι οποίες πρέπει να είναι στο σύστημα SI ή στις μονάδες στις οποίες αναφέρεται το πρόβλημα. Αν η απάντηση δοθεί χωρίς μονάδες, ακόμη κι αν είναι σωστή, θα αφαιρεθεί ένα ποσοστό 20% από τη βαθμολογία που αναλογεί στην απάντηση.
5. Η απαιτούμενη αριθμητική ακρίβεια των απαντήσεων, εξαρτάται από το πλήθος των ψηφίων που δίνονται στα δεδομένα κάθε προβλήματος. Αν η απάντηση δοθεί χωρίς την απαιτούμενη από το πρόβλημα ακρίβεια, ακόμη κι αν είναι σωστή, θα αφαιρεθεί ένα ποσοστό 20% από την βαθμολογία που αναλογεί στην απάντηση. Χρησιμοποιείτε τις σταθερές ακριβώς όπως δίνονται στον πίνακα των σταθερών.
6. Στο τέλος της εξέτασης, βάλτε όλα τα χαρτιά σας, ακόμη και τα πρόχειρα, μέσα στον φάκελο που σας δόθηκε.

## Πίνακας Σταθερών

(όλες οι μονάδες είναι στο σύστημα SI)

| Σταθερά  | Σύμβολο         | Τιμή   |
|--|-----------------|--|
| Σταθερά της βαρύτητας                                | $G$             | $6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ |
| Σταθερά του Πλανκ                                    | $h$             | $6,63 \times 10^{-34} \text{ J s}$                   |
| Ταχύτητα του φωτός                                   | $c$             | $3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$                  |
| Μάζα του Ήλιου                                       | $M_{\odot}$     | $1,989 \times 10^{30} \text{ kg}$                    |
| Ακτίνα του Ήλιου                                     | $R_{\odot}$     | $6,96 \times 10^8 \text{ m}$                         |
| Λαμπρότητα του Ήλιου                                 | $L_{\odot}$     | $3,83 \times 10^{26} \text{ w}$                      |
| Φαινόμενο μέγεθος Ήλιου                              | $m_{\odot}$     | -26,8  |
| Απόλυτο μέγεθος Ήλιου                                | $M_{\odot}$     | 4,82   |
| Περίοδος περιστροφής Ήλιου                           |                 | ~27 ημέρες   |
| Ηλιακή σταθερά                                       | $b_{\odot}$     | $1,37 \times 10^3 \text{ w m}^{-2}$                  |
| Μάζα του ατόμου υδρογόνου                            |                 | $1,6734 \times 10^{-27} \text{ kg}$                  |
| Μάζα της Γης   | $M_{\oplus}$    | $5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$                     |
| Ακτίνα της Γης                                       | $R_{\oplus}$    | $6,378 \times 10^6 \text{ m}$                        |
| Μέση πυκνότητα της Γης                               | $\rho_{\oplus}$ | $5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$                    |
| Επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της θάλασσας | $g$             | $9,81 \text{ m s}^{-2}$                              |
| Τροπικό έτος   |                 | 365,24 ημέρες  |
| Αστρικό έτος   |                 | 365,25 ημέρες  |
| Συνοδικό έτος  |                 | 365,26 ημέρες  |
| Συνοδική ημέρα                                       |                 | 86164 s  |
| Parsec   | $pc$            | $3,09 \times 10^{16} \text{ m}$                      |
| Έτος φωτός   | $ly$            | $9,46 \times 10^{15} \text{ m}$                      |
| Αστρονομική Μονάδα                                   | $AU$            | $1,496 \times 10^{11} \text{ m}$                     |
| Απόσταση Γης – Σελήνης                               |                 | $3,84 \times 10^8 \text{ m}$                         |
| Απόσταση Ήλιου από το κέντρο του Γαλαξία             | $R$             | $8 \times 10^3 \text{ pc}$                           |
| Σταθερά του Hubble                                   | $H$             | $75 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$              |
| Μάζα του ηλεκτρονίου                                 | $m_e$           | $9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$                    |
| Φορτίο ηλεκτρονίου                                   | $e$             | $-1,6 \times 10^{19} \text{ C}$                      |
| Μάζα του πρωτονίου                                   | $m_p$           | $1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$                    |
| Μάζα πυρήνα Ηλίου $^4\text{He}$                      |                 | $6,6465 \times 10^{-27} \text{ kg}$                  |
| Μάζα πυρήνα άνθρακα $^{12}\text{C}$                  |                 | $19,9265 \times 10^{-27} \text{ kg}$                 |
| Σταθερά Coulomb                                      | $K_c$           | $9 \times 10^9 \text{ N m}^2 / \text{C}^2$           |
| Σταθερά Boltzmann                                    | $K$             | $1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$                   |
| Μέση πυκνότητα φωτόσφαιρας                           |                 | $4,9 \times 10^{-6} \text{ kg/m}^3$                  |
| Πίεση στη βάση φωτόσφαιρας                           |                 | $140 \text{ N m}^{-2}$                               |
| Λόγος περιφέρειας κύκλου προς τη διάμετρο            | $\pi$           | 3,141  |

## Σύντομης Ανάπτυξης Προβλήματα (4 μονάδες έκαστο)

### Πρόβλημα 1° (Γαλαξιακό νέφος)

Ένα νέφος ΗΙ, που βρίσκεται στον Γαλαξία μας, έχει γαλαξιακό μήκος  $l = 111^\circ$ . Το νέφος έχει ακτινική ταχύτητα  $v_r = -40 \text{ Km/s}$ . Υπολογίστε την απόσταση  $d$  του νέφους από τη Γη. Να θεωρήσετε ότι η ταχύτητα της γαλαξιακής περιφοράς του νέφους είναι  $V = 240 \text{ Km/s}$  και ότι είναι περίπου ίση με αυτή του Ήλιου  $V_\odot$ .

Δίνεται η απόσταση μεταξύ του Ηλιακού Συστήματος και του Γαλαξιακού Κέντρου  $R_0 = 8 \text{ Kpc}$ .

### Πρόβλημα 2° (Σύγκρουση γαλαξιών)

Πρόσφατες μελέτες υποστηρίζουν ότι ο γαλαξίας της Ανδρομέδας είναι σχεδόν όμοιος με τον δικό μας και ότι οι δύο γαλαξίες θα «συγκρουσθούν» σε περίπου 4 δις χρόνια. Ο Γαλαξίας μας έχει ακτίνα  $r = 30 \text{ Kpc}$ , πάχος  $b = 600 \text{ pc}$  και περιέχει  $10^{10}$  αστέρες όμοιους με τον Ήλιο ακτίνας  $R = 7 \times 10^8 \text{ m}$ , σε ομοιόμορφη κατανομή.

Αν θεωρήσουμε ότι η σύγκρουση είναι πλευρική, να υπολογίσετε τον μέγιστο πιθανό αριθμό συγκρούσεων ανά τετραγωνικό παρσέκ μεταξύ των αστέρων των δύο γαλαξιών.

Δίνεται  $1 \text{ pc} = 3 \times 10^{16} \text{ m}$ . Αγνοήστε τις βαρυτικές αλληλεπιδράσεις των αστέρων.

## Μεσαίας Ανάπτυξης Προβλήματα (6 μονάδες έκαστο)

### Πρόβλημα 3<sup>ο</sup> (Πυκνότητα εξωπλανήτη)

Ένας εξωπλανήτης με μάζα  $m$  και ακτίνα  $r$ , περιφέρεται κυκλικά γύρω από τον αστέρα του μάζας  $M$  και ακτίνας  $R$  με περίοδο  $T = 3,5$  ημέρες. Ο αστέρας ανήκει στην κύρια ακολουθία και έχει φωτεινότητα  $L = 1,61 L_{\odot}$  (ισχύει  $L = K M^3$ ). Με φασματοσκοπικές παρατηρήσεις βρέθηκε ότι η μέγιστη ακτινική ταχύτητα του αστέρα είναι  $0,065 \text{ km/s}$ , ενώ με τη μέθοδο της διάβασης υπολογίστηκε ότι η ακτίνα του εξωπλανήτη είναι  $0,12 R_{\odot}$ .

**(Α)** Να σχεδιάσετε «ποιοτικά» την γραφική παράσταση της ακτινικής ταχύτητας του αστέρα σαν συνάρτηση της φάσης του εξωπλανήτη (για μια περίοδο). Την χρονική στιγμή  $t = 0$  θεωρήστε ότι ο αστέρας βρίσκεται μεταξύ του εξωπλανήτη και του παρατηρητή ( $\varphi = 0^\circ$ ) (στην ευθεία όρασης παρατηρητή – αστέρα). Θεωρείστε θετική φορά ακτινικής ταχύτητας προς τον παρατηρητή.

**(Β)** Να υπολογίσετε την πυκνότητα του εξωπλανήτη και να χαρακτηρίσετε τον εξωπλανήτη.

Η κλίση του επιπέδου περιφοράς του εξωπλανήτη ως προς την ευθεία παρατήρησης είναι  $i = 90^\circ$

Δίνονται:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ ,  $M_{\odot} \approx 2 \times 10^{30} \text{ Kg}$

| Body               | Mass (kg)             | Radius (m)         |
|--------------------|-----------------------|--------------------|
| Sun                | $1.99 \times 10^{30}$ | $6.96 \times 10^8$ |
| Moon               | $7.35 \times 10^{22}$ | $1.74 \times 10^6$ |
| Mercury            | $3.30 \times 10^{23}$ | $2.44 \times 10^6$ |
| Venus              | $4.87 \times 10^{24}$ | $6.05 \times 10^6$ |
| Earth              | $5.97 \times 10^{24}$ | $6.38 \times 10^6$ |
| Mars               | $6.42 \times 10^{23}$ | $3.40 \times 10^6$ |
| Jupiter            | $1.90 \times 10^{27}$ | $6.91 \times 10^7$ |
| Saturn             | $5.68 \times 10^{26}$ | $6.03 \times 10^7$ |
| Uranus             | $8.68 \times 10^{25}$ | $2.56 \times 10^7$ |
| Neptune            | $1.02 \times 10^{26}$ | $2.48 \times 10^7$ |
| Pluto <sup>‡</sup> | $1.31 \times 10^{22}$ | $1.15 \times 10^6$ |

### Πρόβλημα 4<sup>ο</sup> (Θερμοκρασία στην επιφάνεια του Ήλιου)

Με ένα διαστημικό τηλεσκόπιο διαμέτρου  $D = 2,5 \text{ m}$ , που βρίσκεται λίγο έξω από την ατμόσφαιρα της Γης, παρατηρούμε τον Ήλιο και ύστερα από κατάλληλες διορθώσεις και ρυθμίσεις, διαπιστώνουμε ότι σε έκθεση  $15 \text{ sec}$ , η συνολική ενέργεια που συλλέγει το τηλεσκόπιο είναι  $100,8 \text{ KJ}$  και ότι η μέγιστη ενέργεια ακτινοβολίας ανά φωτόνιο ισοδυναμεί με  $2,465 \text{ eV}$  ( $\text{eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ Joules}$ ).

Να υπολογίσετε:

**(Α)** τη φωτεινότητα του Ήλιου τη στιγμή της παρατήρησης

**(Β)** την επιφανειακή του θερμοκρασία ( $T_{\text{eff}}$ )

**(Γ)** την ακτίνα του

Δίνονται: σταθερά Planck:  $h = 4,13 \times 10^{-15} \text{ (eV) s}$

σταθερά Stefan-Boltzmann:  $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ J/m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ K}^4$

ταχύτητα φωτός:  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

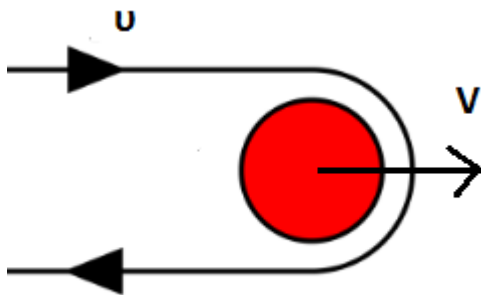
$1 \text{ AU} = 1,49 \times 10^8 \text{ Km}$

### Πρόβλημα 5<sup>ο</sup> (Διαστημικό σκάφος)

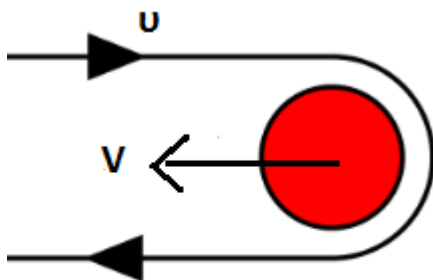
Ένα διαστημικό σκάφος μάζας  $m$ , πλησιάζοντας ένα πλανήτη μάζας  $M$ , δέχεται βαρυτική ώθηση και μεταβάλλει την ταχύτητά του.

**(A)** Αν θεωρήσουμε ότι οι ταχύτητες  $u$ ,  $V$  (του διαστημικού σκάφους και του πλανήτη αντίστοιχα) ως προς τον Ήλιο είναι γνωστές, τότε να υπολογίσετε την τελική ταχύτητα του διαστημικού σκάφους στις παρακάτω δύο περιπτώσεις (θεωρήστε το σύστημα των δύο σωμάτων μονωμένο και τις μάζες σημειακές):

i)



ii)



**(B)** Έστω το διαστημικό σκάφος εισέρχεται στο βαρυτικό πεδίο του πλανήτη με ταχύτητα  $u_1 = 10 \text{ Km/s}$ , που σχηματίζει γωνία  $\theta$  με την ταχύτητα  $u = 13 \text{ Km/s}$  του πλανήτη και εξέρχεται με ταχύτητα  $u_2 = 25 \text{ Km/s}$  που έχει την ίδια κατεύθυνση με την ταχύτητα του πλανήτη. Να υπολογίσετε την γωνία  $\theta$ .

Οι ταχύτητες είναι εκφρασμένες ως προς σύστημα αναφοράς τον Ήλιο .

## Μακράς Ανάπτυξης Προβλήματα (12 μονάδες)

### Πρόβλημα 6° (Μελέτη γαλαξία):

Ένας γαλαξίας βρίσκεται σε απόσταση  $D = 20$  Μpc από τον Ήλιο. Το σχήμα του γαλαξία παρατηρήθηκε να μοιάζει με έλλειψη με τον έναν ημιάξονα  $a = 22,6''$  και λόγο ημιαξόνων  $a/b = 0,85$ . Το ήμισυ του συνολικού φωτός από το γαλαξία προέρχεται από αυτήν την έλλειψη και η μέση φαινόμενη φωτεινότητα της επιφάνειας μέσα στην έλλειψη είναι περίπου  $24,7 \text{ mag/arcsec}^2$ .

(Α) Υπολογίστε το απόλυτο μέγεθος  $M$  (mag) που αντιστοιχεί σε ολόκληρο το γαλαξία.

(Β) Προσδιορίστε τη συνολική μάζα  $M_s$  των αστερών του γαλαξία σε ηλιακές μάζες (π.χ.  $M_s = \dots \times 10^8 \text{ Kg}$ ) αν είναι γνωστός ο σχετικός λόγος: μάζα / λαμπρότητα =  $(M_s/M_\odot) / (L/L_\odot) = 2$

(Γ) Ο γαλαξίας περιέχει 10 σφαιρικά σμήνη αστερών με μέση γαλακτοκεντρική απόσταση  $\vartheta = 78,4''$  (όπως παρατηρείται από τη Γη). Μετρήθηκε επίσης η διασπορά ταχύτητας αυτών των σμηνών και δεν υπερβαίνει τα  $8,4 \text{ km/s}$ . Εκτιμήστε τη δυναμική μάζα αυτού του γαλαξία  $M_{\text{dyn}}$ . Για απλότητα, υποθέστε ότι η κατανομή μάζας στους γαλαξίες είναι ομοιόμορφη και είναι σφαιρικά συμμετρική.

(Δ) Σχολιάστε τα αποτελέσματα που βρήκατε για τις δύο μάζες στα ερωτήματα (Β) και (Γ). Που βρίσκεται το παράδοξο; Αν ο γαλαξίας βρίσκονταν πιο κοντά σε εμάς θα εξακολουθούσε να υπάρχει το παράδοξο;

Υπόδειξη: Χρησιμοποιήστε το θεώρημα *Virial*:  $\langle K \rangle + \langle U \rangle = 0$  όπου  $\langle K \rangle$  η κινητική ενέργεια και  $\langle U \rangle$  η δυναμική ενέργεια σφαιρικής μάζας  $\langle U \rangle = -0,6 \text{ GM}_d^2/r$

Δίνεται το απόλυτο μέγεθος του ήλιου  $M_\odot = 4,83 \text{ mag}$  και η σταθερά  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ Kg}^{-2}$

### Πρόβλημα 7° (Γιγαντιαίος φακός):

Ένα από τα πιο φιλόδοξα μελλοντικά σχέδια των επιστημόνων είναι να τοποθετήσουν σε κατάλληλη θέση μεταξύ Γης και Ήλιου, ένα γιγαντιαίο αμφίκυκλο «φακό», ώστε με εκτροπή, να ελαττώνει τη ροή του προσπίπτοντος φωτός από τον Ήλιο προς όλα τα σημεία της Γης.

(Α) Πού, περίπου, μεταξύ Γης - Ήλιου, πρέπει να τοποθετηθεί ο υποτιθέμενος «φακός», ώστε αυτή η μείωση να είναι μόνιμη και σταθερή; Εξηγήστε.

(Β) Αν ο φακός βρίσκεται σε απόσταση  $d = 0,01 \text{ AU}$  από τη Γη, ποια θα ήταν η ελάχιστη διάμετρος  $\delta$  αυτού του φακού, ώστε να καλύπτει ολόκληρη τη φωτεινή ροή του Ήλιου προς τη Γη;

(Γ) Ας υποθέσουμε ότι αυτή η μείωση φωτός στοχεύει στο να μειωθεί η θερμοκρασία της Γης κατά  $2^\circ\text{K}$  (λόγω της μελλοντικής υπερθέρμανσης του πλανήτη μας). Ποια πρέπει να είναι η εστιακή απόσταση αυτού του «φακού»; Θεωρήστε για τη Γη,  $T_{\text{eff}} = 278^\circ\text{K}$ , πριν τη μείωση της θερμοκρασίας και ότι οι ακτίνες του Ήλιου οδεύουν παράλληλα προς τον άξονα του φακού.

(Δ) Στην πραγματικότητα, είναι αδύνατο να δημιουργηθεί ένας φακός με τέτοια διάμετρο. Έτσι, άλλοι επιστήμονες, πρότειναν να δημιουργηθεί ένα «πλέγμα φακών» σε κάθε κόμβο του οποίου να τοποθετηθεί ένας πολύ μικρότερος φακός με ακτίνα  $\gamma = 1 \text{ m}$  και εστιακή απόσταση  $10 \text{ m}$ .

Πόσοι τέτοιοι φακοί θα χρειασθεί να τοποθετηθούν στην ίδια απόσταση με τον προηγούμενο φακό και σε μια κυκλική περιοχή της ίδιας διαμέτρου με τον αρχικό φακό, έτσι ώστε να προκληθεί η ίδια μείωση θερμοκρασίας στη Γη;

Δίνονται:  $R_\odot = 6,955 \times 10^8 \text{ m}$ ,  $R_T = 6,371 \times 10^6 \text{ m}$ .